

PACS №: 41.20.Jb;52.35.Hr

В.А. Балакирев, В.И. Мирошниченко*

Институт Плазменной Электроники и Новых методов Ускорения
Национальный Научный центр "Харьковский Физико-Технический Институт",
61108, г. Харьков, ул. Академическая 1

*Институт прикладной физики НАН,
Сумы, Украина

Вынужденное рассеяние ленгмюровских колебаний плазмы на релятивистском электронном пучке

Содержание

| | |
|---|-----------|
| 1. Введение | 59 |
| 2. Вынужденное рассеяние ленгмюровской волны на неограниченном релятивистском электронном пучке | 60 |
| 2.1. Постановка задачи. Исходные уравнения | 60 |
| 2.2. Попутная плазменная волна накачки | 60 |
| 2.3. Встречная плазменная волна накачки | 64 |
| 3. Вынужденное рассеяние ленгмюровских колебаний на ограниченном релятивистском электронном пучке | 65 |
| 3.1. Возбуждение волнового пучка модулированным током | 66 |
| 3.2. Неустойчивость тонкого ленточного пучка в однородной плазме | 67 |
| 3.3. Неустойчивость тонкого ленточного пучка в неоднородной плазме | 68 |
| 3.4. Неустойчивость пучка конечных поперечных размеров | 69 |
| 3.5. Нелинейная самофокусировка электромагнитного излучения, возбуждаемого электронным пучком | 72 |
| 4. Рассеяние плазменных колебаний замагниченного плазменного волновода на РЭП | 73 |
| 4.1. Постановка задачи. Вывод укороченных уравнений | 73 |
| 4.2. Накачка прямой плазменной волной | 76 |
| 4.3. Накачка обратной плазменной волной | 78 |
| 5. Вынужденное рассеяние плазменной волны на релятивистском электронном пучке в периодически неоднородной плазме | 79 |
| 5.1. Постановка задачи. Основные уравнения | 80 |
| 5.2. Анализ полученных уравнений | 81 |
| 6. Заключение | 82 |

Abstract

The paper presents results of theoretical investigations of processes of excitation of microwave electromagnetic radiation during stimulated scattering of Langmuir waves on relativistic electron beam (free electron plasma laser). Physical models are considered for infinite and bounded plasma (plasma wave-guide). The linear and non-linear theory of stimulated scattering of Langmuir waves on REB is investigated. The effects of focusing of microwave radiation in free electron plasma lasers are inspected. The stimulated scattering of plasma wave on REB in periodical non-homogenous plasma is considered.

1. Введение

В основе работы действующих лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) лежит эффект томсоновского (комптоновского) рассеяния электромагнитных волн [1–3]. Наиболее распространенной разновидностью ЛСЭ являются лазеры с пространственно-периодическими магнитными полями (ондуляторами, вигглерами). Обладая рядом важных достоинств, они вместе с тем приводят к трудностям при переходе к более коротким длинам волн, связанными с необходимостью уменьшения периода магнитной структуры. Поэтому возникает необходимость исследовать другие возможности, в которых отпадает необходимость в механических периодических структурах. Представляет большой интерес также исследование возможности использования альтернативных электромагнитных эффектов для создания ЛСЭ, основанных на рассеянии в средах.

Одной из наиболее перспективных сред, пригодной для этих целей, является плазма. В качестве волны накачки может быть использована ленгмюровская волна большой амплитуды. Период ленгмюровской волны накачки определяется дисперсионными свойствами плазмы, а не внешней структурой, создание которой затрудняется с уменьшением длины периода. Максимально достигаемые напряженности электрического поля ленгмюровских волн накачки E_m определяются плотностью плазмы n_{p0} ($E_m \simeq \sqrt{n_{p0}}$ В/см) и могут достигать больших значений. Так для плотности плазмы в диапазоне $(10^{12} - 10^{18}) \text{ см}^{-3}$ максимальное значение напряженности электрического поля может достигать $(10^6 - 10^9)$ В/см. Изменяя плотность плазмы, можно в широких пределах изменять длину волны накачки и, соответственно, длину волны излучения.

В качестве ленгмюровской волны накачки могут быть использованы кильватерные ленгмюровские волны, возбуждаемые мощными короткими лазерными импульсами или релятивистскими электронными сгустками. Возможная схема плазменного лазера на свободных электронах (ПСЭ) может выглядеть следующим образом. Мощный лазерный импульс возбуждает в плазме интенсивную кильватерную ленгмюровскую волну накачки. Навстречу лазерному импульсу в плазму инжектируется моноэнергетический электронный пучок. Попадая в поле кильватерной ленгмюровской волны электроны пучка будут совершать радиальные колебания, которые в свою очередь будут приводить к возбуждению коротковолнового излучения.

Как известно, сильнооточные релятивистские электронные пучки (РЭП), проходящие через плазму, имеют значительно большие предельные токи, по сравнению с вакуумными. Следовательно, мощности возбуждаемых колебаний могут быть суще-

ственно увеличены. Отметим также то важное обстоятельство, что ленгмюровская волна накачки может быть медленной ($v_{ph} < c$, v_{ph} – фазовая скорость, c – скорость света в вакууме), что открывает новые возможности при использовании аномально-го процесса рассеяния [4, 5].

Настоящая работа посвящена изучению коллективных процессов при вынужденном когерентном рассеянии ленгмюровской волны на релятивистском электронном пучке. Элементарный механизм, лежащий в основе такого процесса, исследован Цытовичем и Гайлитисом [6]. Он сводится к конкуренции двух процессов: вынужденному излучению при томсоновском рассеянии ленгмюровской волны на электронах пучка и параметрическому черенковскому излучению [7], возникающему при движении электронов в периодической слоистой среде, которой в данном случае является плазма. Ее плотность модулируется продольной волной плотности заряда. При нерелятивистских скоростях электронов электромагнитные поля излучения, обусловленные этими процессами, интерferируют и полностью гасятся при $v \rightarrow 0$, где v – скорость электронов пучка. Однако в случае релятивистских электронов роль томсоновского рассеяния ленгмюровской волны на электронах является определяющей. Отметим также, что теоретические и экспериментальные результаты исследований процесса некогерентного рассеяния плазменных волн на РЭП приведены в [8]. Наряду с моделью неограниченных в пространстве пучка и плазмы (раздел 2) в данной работе рассмотрены более реалистические модели. В разделе 3 исследован процесс рассеяния ленгмюровской волны на ограниченном в поперечном направлении релятивистском электронном пучке. Показано, что электронный пучок оказывает фокусирующее воздействие на возбуждаемое коротковолновое излучение. При больших уровнях мощности коротковолнового излучения становится существенной релятивистская нелинейность плазмы, которая еще более усиливает процесс фокусировки излучения. В разделе 4 построена теория вынужденного рассеяния плазменных волн на РЭП в замагниченном плазменном волноводе. В разделе 5 исследованы такие процессы в пространственно-периодической плазме. В такой системе возможна реализация двухстадийных процессов вынужденного рассеяния. Электронный пучок с одной стороны возбуждает волну накачки, а с другой стороны – рассеяние пространственных Флоке-гармоник волны накачки на этом же пучке приводит к возбуждению коротковолнового излучения.

2. Вынужденное рассеяние ленгмюровской волны на неограниченном релятивистском электронном пучке

2.1. Постановка задачи. Исходные уравнения

Рассмотрим модель однородной безграничной плазмы, в которой каким-либо способом возбуждена косая ленгмюровская волна и в которой вдоль оси z движется однородный моноэнергетический РЭП. Предполагаем, что внешнее магнитное поле отсутствует. Тогда исходная система уравнений состоит из уравнений Максвелла для электромагнитного поля и уравнений движения электронов пучка и плазмы. Будем интересоваться случаем, когда в процессе рассеяния возбуждается электромагнитное излучение с частотой, значительно превосходящей электронную ленгмюровскую частоту плазмы. Тогда входящие в исходные уравнения величины можно разбить на быстро и медленно меняющиеся слагаемые. В результате усреднения по периоду высокочастотного электромагнитного поля получим следующую систему связанных уравнений:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} - k_0^2 \varepsilon(\omega_1) \mathbf{E} - \frac{2ik_0}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ = -\frac{\omega_{pe}^2}{c^2} \frac{\delta n}{n_{p0}} \mathbf{E} + \frac{8\pi ik_0}{c} \tilde{\mathbf{j}}_b, \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \delta n + \omega_{pe}^2 \delta n - v_{Te}^2 \Delta \delta n \\ = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_1^2} \Delta \frac{|\mathbf{E}|^2}{16\pi m} - \omega_{pe}^2 n_b. \end{aligned} \quad (1)$$

В (1) \mathbf{E} – огибающая ВЧ-электромагнитного поля \mathcal{E} :

$$\vec{\mathcal{E}} = \operatorname{Re} [\mathbf{E} e^{-i\omega_1 t}], \quad \omega_1^2 \gg \omega_{pe}^2 = \frac{4\pi e^2 n_{p0}}{m}, \quad (2)$$

δn – медленные колебания электронной плотности плазмы,

$$\tilde{\mathbf{j}}_b = \frac{\omega_1}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_1} \mathbf{j}_b e^{i\omega_1 t} dt, \quad (3)$$

где \mathbf{j}_b – плотность тока, а n_b – когерентная составляющая плотности электронного пучка, $k_0 = \omega_1/c$, $\varepsilon(\omega_1) = 1 - \omega_{pe}^2/\omega_1^2$, $v_{Te} = (T_e/m)^{1/2}$ – тепловая скорость электронов плазмы.

Электронный пучок моделируется методом "крупных" частиц [9]. Такой подход позволяет корректно описать явления захвата электронов пучка полем синхронной с ним волны. В дальнейшем

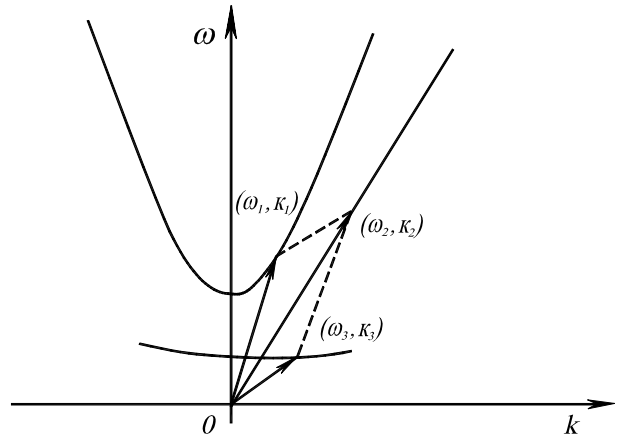


Рис. 1. Соотношение между частотами и волновыми векторами взаимодействующих волн при рассеянии попутной плазменной волны на РЭП.

будем интересоваться пространственным распределением амплитуд взаимодействующих волн, предполагая изучаемый процесс установившимся во времени. Рассмотрим 2 возможных случая:

1. Косая ленгмюровская волна распространяется в сторону движения РЭП ($\mathbf{k}_3 \mathbf{v}_0 > 0$);
2. Ленгмюровская волна распространяется против движения пучка ($\mathbf{k}_3 \mathbf{v}_0 < 0$).

Эти два случая различаются характером процессов, лежащих в их основе: в первом случае ими является аномальное рассеяние в сочетании с переходным черенковским излучением, во втором – нормальное рассеяние в сочетании с переходным черенковским излучением.

2.2. Попутная плазменная волна накачки

В этом случае в резонансе с электронами пучка находится комбинационная волна с суммарной частотой, образованная биением ленгмюровской волны накачки и излучаемой коротковолновой электромагнитной волны. Условие пространственно-временного синхронизма имеет следующий вид (см. рис. 1):

$$\mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_3, \quad \omega_2 = \omega_1 + \omega_3, \quad (4)$$

где ω_2 , \mathbf{k}_2 – частота и волновой вектор синхронной с электронным пучком комбинационной волны $\omega_2 = \mathbf{k}_2 \mathbf{v}_0$. В дальнейшем ограничимся рассмотрением случая, когда синхронная волна распространяется вдоль движения пучка, т.е. будем считать $k_{2x} = 0$. Тогда из условия (4) вытекает следующее выражение для частоты рассеянной электромагнитной волны:

$$\omega_1 = \omega_{pe} \frac{(v \cos \theta_3 / v_{ph} - 1)}{1 - \beta \cos \theta_1}, \quad v_{ph} = \frac{\omega_{pe}}{k_3}, \quad (5)$$

где θ_1, θ_3 – углы между векторами $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_3$ электромагнитной и плазменной волн и осью z , $v_0 = \beta c$. Углы θ_1 и θ_3 в силу условия $k_{2x} = 0$ и (5) связаны соотношением

$$\sin \theta_3 = \beta \sin(\theta_3 - \theta_1). \quad (6)$$

Поскольку в плазме легко реализовать условие $v_0/v_{ph} \gg 1$, то существенного умножения частоты можно добиться, используя даже нерелятивистские пучки [2].

Ограничиваясь взаимодействием колебаний в рамках слабой нелинейности плазмы, ищем решение связанных уравнений (1) в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_1(z) \exp(i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}) \\ &\quad + \mathbf{E}_2(z) \exp[i(\mathbf{k}_2 \mathbf{r} - \omega_2 t)], \quad (7) \\ \delta n &= \text{Re} [\delta N_p(z) \exp[i(\mathbf{k}_3 \mathbf{r} - \omega_3 t)]]. \end{aligned}$$

После подстановки выражений (7) в (1) и удержания только когерентных членов можно получить следующую систему укороченных уравнений для амплитуд взаимодействующих волн:

$$\begin{aligned} 2ik_1 \cos \theta_1 \frac{\partial E_1}{\partial z} &= \frac{\omega_{pe}^2}{2c^2} \frac{\delta N_p^*}{n_{p0}} (\mathbf{eE}_2) e^{i\delta z} \\ &\quad - \frac{4\pi i e \omega_{pe}^2 \omega_1^2 n_{b0} M}{\gamma \bar{\omega}_1^2 c^2 k_3} \rho \frac{\delta N_p^*}{n_{p0}} e^{i\delta z}, \\ 2ik_3 \cos \theta_3 \frac{\partial N_p}{\partial z} &= \frac{\omega_{pe}^2 k_3^2}{8\pi m v_{Te} \omega_1^2} E_1^* (\mathbf{eE}_2)_2 e^{i\delta z} \quad (8) \\ &\quad - \frac{i e n_{b0} \omega_{pe}^2 k_3 M}{\gamma \bar{\omega}_1^2 m v_{Te}^2} E_1^* \rho e^{i\delta z}, \\ E_{2z} &= \frac{8\pi i e}{\omega_1} \beta n_{b0} c \rho. \end{aligned}$$

В уравнении (8) $\mathbf{E}_1 = eE_1$, $\mathbf{e} = (\cos \theta_1, 0, -\sin \theta_1)$ и использованы обозначения

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_1 &= \omega_1 - k_1 v_0 \cos \theta_1, \\ \omega_b^2 &= 4\pi e^2 n_{b0} / m, \\ M &= \sin(\theta_3 - \theta_1) - \beta \sin \theta_3 + \beta^2 \sin \theta_1 \cos \theta_3, \\ \gamma &= (1 - \beta^2)^{-1/2}, \end{aligned} \quad (9)$$

n_{b0} – равновесная плотность электронного пучка, $\delta = k_3 - k_1 \cos \theta_1 - k_3 \cos \theta_3$ – расстройка продольных составляющих волновых векторов,

$$\rho = \frac{\omega_2}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_2} \exp[i(\omega_2 t_L(t_0, z_0) - k_2 z)] dt_0. \quad (10)$$

Интегрирование в (10) ведется по временам влета электронов пучка в плазму.

Систему уравнений (8)–(10) необходимо дополнить уравнениями движения электронов пучка, за-

писанных в лагранжевых переменных

$$\begin{aligned} v_z \frac{dp_z}{dz} &= e \text{Re} \left\{ \left(\frac{\omega_{pe}^2 M}{2\gamma \bar{\omega}_1^2} \left(\cos \theta_3 + \frac{\omega_1}{ck_3} \cos \theta_1 \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times E_1 \frac{\delta N_p}{n_{p0}} \exp(-i\delta z) - E_{2z} \right) \right. \\ &\quad \left. \times \exp[i(k_2 z - \omega_2 t_L)] \right\}, \quad (11) \\ \frac{dt_L}{dz} &= \frac{1}{v_z}. \end{aligned}$$

Первое слагаемое в правой части уравнения (11) представляет собой усредненную силу, действующую на электроны пучка со стороны продольной плазменной волны накачки и рассеянной электромагнитной волны, а второе слагаемое учитывает действие на пучок электрического поля комбинационной волны, возникшей за счет модуляции плотности плазмы. Электрическое поле с амплитудой E_{2z} учитывает ВЧ пространственный заряд РЭП.

Амплитуда электрического поля плазменной волны E_3 связана с возмущением плотности электронов плазмы δN_p соотношением

$$E_3 = 4\pi i e \delta N_p / k_3. \quad (12)$$

Для дальнейшего анализа удобно перейти к безразмерным переменным

$$\begin{aligned} z &= \bar{z}\zeta, \quad \bar{z} = \frac{v_0}{\omega_{b\parallel}}, \quad \varkappa = \left(\frac{\omega_b^2 \gamma}{\omega_1^2} \right)^{1/2}, \\ \nu &= \frac{(p_0 - p_z)}{p_0}, \quad \tau = \frac{\omega_2}{2\pi} \left(t_L - \frac{z_L}{v_0} \right), \\ E_{1,3} &= a_{1,3} \bar{E}_{1,3}, \\ \bar{E}_3 &= \left[\frac{8\pi n_{b0} m c^2 \gamma \beta^3 \varkappa}{k_1 k_3 \lambda_d^2 |\cos \theta_3|} \right]^{1/2}, \quad \lambda_d = \frac{v_{Te}}{\omega_{pe}}, \\ \bar{E}_1 &= \left[\frac{8\pi n_{b0} m c^2 \gamma \beta^3 \varkappa}{|\cos \theta_1|} \right]^{1/2}, \quad \Delta = \frac{\gamma^2 \delta}{k_2 \varkappa}, \quad (13) \\ \mu &= \frac{\varkappa v_0 \gamma k_3 \bar{M}}{2\omega_1 [k_1 k_3 \lambda_d^2 |\cos \theta_1 \cos \theta_3|]^{1/2}} \\ &= \mu_T - \mu_{ch}, \\ \bar{M} &= M_T - M_{ch}, \quad M_T = \frac{M \omega_1^2}{\gamma \bar{\omega}_1^2 c k_3}, \\ M_{ch} &= -\beta \sin \theta_1, \quad \gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}, \\ \omega_{b\parallel}^2 &= \frac{\omega_b^2}{\gamma^3}. \end{aligned}$$

В этих переменных система уравнений (8)–(11) принимает вид:

$$i \frac{da_1}{d\zeta} = -\mu \rho a_3 \exp(i\Delta \zeta), \quad (14)$$

$$i \frac{d\rho}{d\zeta} = -\mu \rho a_1 \exp(i\Delta \zeta), \quad (15)$$

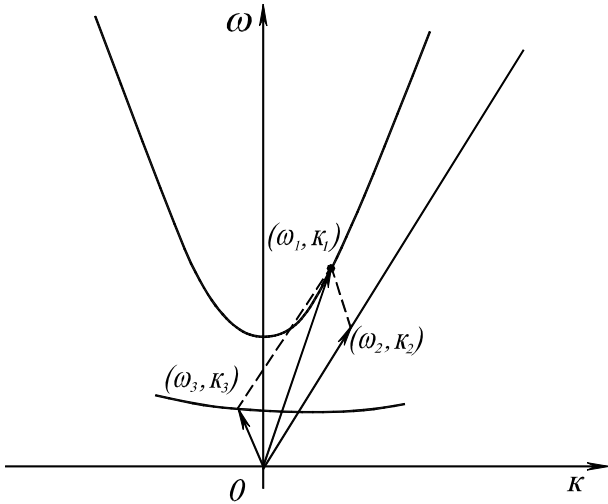


Рис. 2. Соотношение между частотами и волновыми векторами взаимодействующих волн при рассеянии встречной плазменной волны на РЭП.

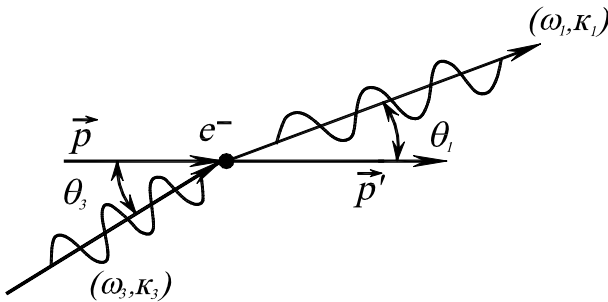


Рис. 3. Элементарный эффект нормального (томсоновского) рассеяния.

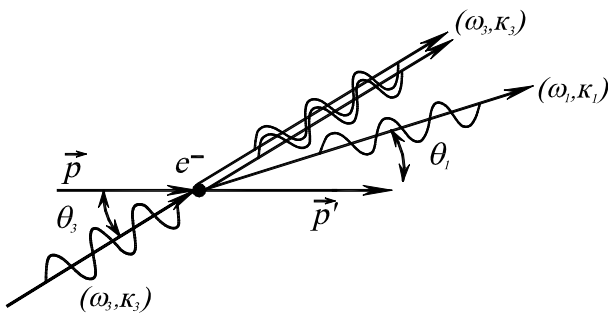


Рис. 4. Элементарный эффект аномального рассеяния.

$$\frac{d\nu}{d\zeta} = \text{Re} [2i(\rho - \mu a_1 a_3 \exp(-i\Delta\zeta) \exp(-2\pi i\tau))], \quad (16)$$

$$\frac{d\tau}{d\zeta} = \frac{\nu}{2\pi}, \quad \rho = \int_0^{2\pi} \exp[2\pi i\tau(\zeta, \tau_0)] d\tau_0. \quad (17)$$

Определим коэффициент преобразования мощности пучка в электромагнитное излучение как от-

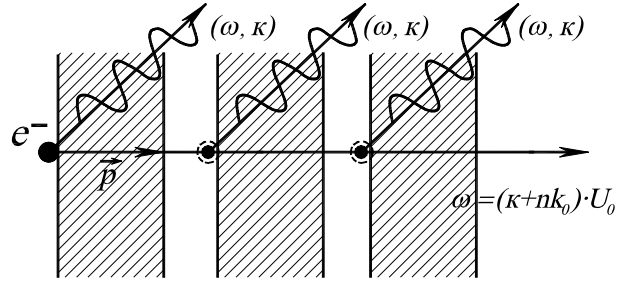


Рис. 5. Элементарный эффект параметрического черенковского излучения.

ношение плотности потока энергии рассеянной волны в направлении движения пучка к плотности потока кинетической энергии пучка

$$\eta = \frac{\gamma + 1}{\gamma} \propto |a_1|^2. \quad (18)$$

Заметим, что система уравнений (14)–(17) имеет интеграл

$$|a_1|^2 - |a_3|^2 = \text{const}, \quad (19)$$

из которого следует, что нарастание рассеянной электромагнитной волны сопровождается ростом амплитуды плазменной волны накачки, так как они распространяются в одну сторону (эффект аномального рассеяния). Из формулы (13) видно, что матричный элемент нелинейного взаимодействия волн μ состоит из двух слагаемых, которые соответствуют вкладам в возбуждение электромагнитных волн двух процессов [6] (см. рис. 3–5). Первое слагаемое характеризует томсоновское (компоновское) рассеяние электрического поля плазменной волны накачки на сгустках пучка, в то время как второе слагаемое характеризует переходное излучение сгустков электронного пучка на периодической структуре, которую создает плазменная волна. Причем эти слагаемые имеют разные знаки, поэтому излучение электромагнитной волны нелинейным током, наведенным в электронном пучке, сопровождается поглощением ее части нелинейным током плазмы. Степень ослабления излучения определяется скоростью пучка. В случае ультррелятивистского пучка ($\gamma \gg 1$) доминирующим процессом является томсоновское рассеяние электрического поля плазменной волны накачки на электронах пучка. Вкладом процесса параметрического черенковского излучения в этом случае можно пренебречь, поскольку

$$\mu_{ch}/\mu_T \sim 1/\gamma^5 \quad (\gamma \gg 1). \quad (20)$$

В случае нерелятивистского пучка ($\beta \ll 1$) процесс излучения определяется конкуренцией двух эффектов и имеет место существенное ослабление излучения и, соответственно, уменьшение нелинейного матричного элемента μ . В этом случае имеем

$$\frac{\mu_T - \mu_{ch}}{\mu_T} \simeq 4\beta \cos \theta_1. \quad (21)$$

В общем случае систему уравнений (14)–(17) можно решить только численными методами. Однако на начальной стадии неустойчивости, когда амплитуды волн малы и они слабо возмущают траектории движения частиц пучка, уравнения (14)–(17) можно упростить и записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \rho}{d\zeta^2} + \rho &= \mu a_1 a_3 \exp(-i\Delta\zeta), \\ \frac{da_1}{d\zeta} &= -\mu \rho a_3^* \exp(i\Delta\zeta), \\ \frac{da_3}{d\zeta} &= -\mu \rho a_1^* \exp(i\Delta\zeta). \end{aligned} \quad (22)$$

В приближении заданной амплитуды плазменной волны первые два уравнения системы (22) являются линейными. Подставив в эти уравнения

$$\rho = \rho_0 \exp(i\Gamma\zeta), \quad a_1 = a_{10} \exp[i(\Delta + \Gamma)\zeta], \quad (23)$$

находим следующее дисперсионное уравнение

$$(1 - \Gamma^2)(\Delta + \Gamma) = \mu^2 |a_{30}|^2. \quad (24)$$

Рассмотрим случай малых амплитуд волны накачки, когда важен учет высокочастотного пространственного заряда пучка и имеет место рамановский режим рассеяния [10–12]

$$\Pi = \mu^2 |a_{30}|^2 \ll 1. \quad (25)$$

Инкремент нарастания рассеянной волны в этом случае максимален при $\Delta = -1$ и оказывается равным

$$\text{Im } \Gamma = \sqrt{\Pi/2}. \quad (26)$$

Инкремент (26) соответствует распаду медленной волны плотности заряда пучка, энергия которой отрицательна, на рассеянную электромагнитную и плазменную волну. Условие $\Delta = -1$ представляет собою условие пространственно-временного синхронизма между указанными волнами. Выражение для пространственного коэффициента усиления (26), записанное в размерных единицах имеет вид

$$\text{Im } k_{z1} = \text{Im } \Gamma / \bar{z} = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{2}} \beta_E (\omega_b | \bar{\omega}_3 |)^{1/2} \sin \theta_3, \\ \beta_E = \frac{e |\mathbf{E}_3|}{mc | \bar{\omega}_3 |}, \quad \bar{\omega}_3 = \omega_3 - k_3 v_0 \cos \theta_3, \\ \gamma \gg 1, \\ k_3 \left(\frac{v_E}{v_0} \right) \left(\frac{\omega_b}{k_3 v_0} \right)^{1/2} \beta^{3/2} (\sin^2 \theta_1 \cos \theta_1)^{1/2}, \\ v_E = \frac{e |\mathbf{E}_3|}{m (\mathbf{k}_3 \mathbf{v}_0)}, \quad \beta \ll 1. \end{cases} \quad (27)$$

Откажемся теперь от приближения заданной волны накачки и учтем в рамках уравнений (22) обратное влияние рассеянной волны на плазменную

волну накачки. Подставив в первое уравнение системы (22)

$$\rho(\zeta) = b(\zeta) \exp(i\zeta), \quad (28)$$

где $b(\zeta)$ – медленно меняющаяся на интервале $(0, 2\pi)$ амплитуда медленной волны плотности заряда пучка, получим следующую систему уравнений

$$\begin{aligned} i \frac{da_1}{d\zeta} &= -\mu b a_3^*, \\ i \frac{da_3}{d\zeta} &= -\mu b a_1^*, \\ i \frac{db}{d\zeta} &= \frac{\mu}{2} a_1 a_3. \end{aligned} \quad (29)$$

Система уравнений (29) описывает взрывную неустойчивость, характерной особенностью которой является одновременный рост амплитуд всех взаимодействующих волн. Формально амплитуды волн обращаются в бесконечность на конечном расстоянии как $1/\sqrt{\zeta_0 - \zeta}$. При начальном условии $b(\zeta = 0) = 0$ выражение для характерного расстояния развития взрывной неустойчивости имеет вид

$$\zeta_0 = K(q)/\Gamma, \quad q = [1 - |a_{10}/a_{30}|^2]^{1/2}, \quad (30)$$

где $K(q)$ – полный эллиптический интеграл

$$K(q) = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-q^2 t^2)}} \cong \ln \frac{4}{\sqrt{1-q^2}}, \quad (1 - q^2 \ll 1). \quad (31)$$

С точностью до логарифмического множителя характерное расстояние развития неустойчивости совпадает с обратным инкрементом, полученным в приближении заданной амплитуды плазменной волны.

Выше был исследован так называемый рамановский режим рассеяния, характеризуемый большой плотностью пучка или относительно малой амплитудой плазменной волны, когда существенную роль играют продольные высокочастотные колебания электронов пучка. Рассмотрим теперь обратный предельный случай, а именно будем считать, что выполнено условие

$$\Pi \gg 1. \quad (32)$$

В этом случае инкремент неустойчивости максимален при $\Delta = 0$ и равен

$$\text{Im } \Gamma = \frac{\sqrt{3}}{2} \Pi^{1/3}. \quad (33)$$

Инкремент (33) описывает режим модифицированного распада [13, 14], когда в резонансе с комбинационной волной находятся как медленная, так и быстрая волны плотности заряда пучка. В предельном случае ультрарелятивистского и нерелятивистского пучков формула (33), переписанная в

размерных единицах, приобретает вид

$$\text{Im } k_{z1} = \text{Im } \Gamma / \bar{z} = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2^{5/3} c} (\beta_E^2 \omega_b^2 |\bar{\omega}_3| \sin^2 \theta_3)^{1/3}, & \gamma \gg 1, \\ \frac{\sqrt{3}}{2^{2/3}} \beta k_3 \left[\left(\frac{v_E}{v_0} \right)^2 \left(\frac{\omega_b}{k_3 v_0} \right)^2 \sin^2 \theta_1 \cos \theta_1 \right]^{1/3}, & \beta \ll 1. \end{cases} \quad (34)$$

Исследуем теперь в приближении заданной волны накачки нелинейную стадию модифицированного распада. Условие (32) дает возможность пренебречь в уравнении движения частиц пучка (11) слагаемым, учитывающим поле высокочастотного пространственного заряда. Тогда после замены

$$a_1 = \hat{a}_1 \Pi^{1/6} \exp(i\Delta\zeta), \quad \nu = \hat{\nu} \Pi^{1/3}, \quad \hat{\zeta} = \zeta / \Pi^{1/3} \quad (35)$$

систему уравнений (14)–(17) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{a}_1}{d\hat{\zeta}} &= -i \int_0^1 \exp(2\pi i\tau) d\tau_0, \\ \frac{d\hat{\nu}}{d\hat{\zeta}} &= -i\hat{a}_1 \exp(-2\pi i\tau) + k.e., \\ \frac{d\tau}{d\hat{\zeta}} &= \frac{\hat{\nu}}{2\pi}. \end{aligned} \quad (36)$$

Согласно этим уравнениям экспоненциальный рост полей на начальной стадии неустойчивости сменяется осцилляциями амплитуды, которые обусловлены фазовыми колебаниями сгустков пучка. Максимальное значение безразмерной амплитуды $|a_1| \approx 1.5$. Для коэффициента преобразования энергии пучка в излучение в соответствии с формулой (18) имеем выражение

$$\eta = 4 \frac{\gamma + 1}{\gamma} \kappa \Pi^{1/3}. \quad (37)$$

Отметим, что приближение заданной амплитуды плазменной волны справедливо, если выполнено следующее условие:

$$|a_{30}|^2 \gg \Pi^{1/3}, \quad (38)$$

которое легко получить, используя интеграл (19). Неравенство (38) ограничивает снизу допустимые значения амплитуды плазменной волны, при которых справедливо приближение заданной волны накачки. Если выполняется обратное неравенство, то развитие неустойчивости сопровождается усилением плазменной волны. Отметим, что "захватный" механизм стабилизации взрывной неустойчивости при взаимодействии электронного пучка с медленными волнами короткого резонатора исследован в [15].

2.3. Встречная плазменная волна накачки

В данном разделе рассмотрим рассеяние плазменной волны, распространяющейся навстречу пучку ($\mathbf{k}_3 \mathbf{v}_0 < 0$). Условие пространственно-временного синхронизма в этом случае имеет вид (см. рис. 2)

$$\omega_1 = \omega_2 + \omega_3, \quad \mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3. \quad (39)$$

Из этих условий следует выражение для частоты рассеянной электромагнитной волны

$$\omega_1 = \omega_{pe} \frac{1 - v \cos \theta_3 / v_{ph}}{1 - \beta \cos \theta_1}. \quad (40)$$

Углы θ_1 и θ_3 при этом связаны соотношением (6).

Излучение при взаимодействии РЭП со встречной плазменной волной описывается следующей самосогласованной системой уравнений:

$$\begin{aligned} i \frac{da_1}{d\zeta} &= \mu' \rho a_3 \exp(i\Delta'\zeta), \\ i \frac{da_3}{d\zeta} &= -\mu' \rho^* a_1 \exp(-i\Delta'\zeta), \\ \frac{d\nu}{d\zeta} &= \\ \text{Re} [2i(\rho + \mu' a_3^* a_1 \exp(-i\Delta'\zeta) \exp(-2\pi i\tau))] &, \end{aligned} \quad (41)$$

$$\frac{d\tau}{d\zeta} = \frac{\nu}{2\pi}, \quad \rho = \int_0^1 \exp(2\pi i\tau) d\tau_0.$$

В уравнениях (41) нелинейные матричные элементы μ' и расстройка между волновыми векторами Δ' связаны с ранее введенными величинами μ и Δ соотношениями

$$\begin{aligned} \mu'(\theta_1, \theta_3) &= -\mu(\theta_1, \pi + \theta_3), \\ \Delta'(\theta_1, \theta_3) &= \Delta(\theta_1, \pi + \theta_3). \end{aligned} \quad (42)$$

Остальные обозначения параметров и безразмерных переменных приведены в предыдущем разделе. Система уравнений (41) имеет интеграл

$$|a_1|^2 - |a_3|^2 = \text{const}, \quad (43)$$

согласно которому рост амплитуды волны, рассеянной РЭП, сопровождается затуханием плазменной волны накачки, поскольку направления их распространения противоположны.

При малых амплитудах колебаний система уравнений (41) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \rho}{d\zeta^2} + \rho &= -\mu' a_1 a_3^* \exp(-i\Delta'\zeta), \\ i \frac{da_1}{d\zeta} &= \mu' \rho a_3 \exp(i\Delta'\zeta), \\ i \frac{da_3}{d\zeta} &= -\mu' \rho^* a_1 \exp(-i\Delta'\zeta). \end{aligned} \quad (44)$$

В приближении заданной амплитуды плазменной волны из системы уравнений (44) следует дисперсионное уравнение (24), поэтому результаты анализа дисперсионного уравнения (24) автоматически переносятся на рассматриваемый случай встречной плазменной волны накачки. При малых амплитудах волны накачки ($\Pi \ll 1$) инкремент (27) описывает процесс слияния плазменной волны и медленной волны пространственного заряда пучка. Обратное влияние высокочастотной электромагнитной волны на плазменную волну накачки в этом случае можно учесть в рамках укороченных уравнений

$$\begin{aligned} 2i \frac{db}{d\zeta} &= -\mu' a_1 a_3^*, \\ i \frac{da_1}{d\zeta} &= \mu' b a_3, \quad i \frac{da_3}{d\zeta} = -\mu' b^* a_1. \end{aligned} \quad (45)$$

В частном случае $b(\zeta = 0) = 0$ решение уравнений (45) легко находится

$$\begin{aligned} |a_3| &= |a_{30}| / \operatorname{sn} \xi, \\ |a_1| &= |a_{30}| (1 / \operatorname{sn}^2 \xi - q^2)^{1/2}, \\ b &= \frac{1}{\sqrt{2}} |a_{30}| \left(\frac{1}{\operatorname{sn}^2 \xi} - 1 \right)^{1/2}, \\ \xi &= K(q) + \frac{\mu'}{2} \zeta |a_{30}|, \end{aligned} \quad (46)$$

где $\operatorname{sn}(\xi, q)$ – эллиптический синус. Значение амплитуды волны накачки в точке $\zeta = 0$ определяется из трансцендентного уравнения

$$|a_3(L)| = |a_{30}| / \operatorname{sn} \left(K(q) + \frac{\mu'}{\sqrt{2}} L |a_{30}| \right). \quad (47)$$

Корень уравнения (47) находится аналитически в предельном случае $|a_{30}/a_3(L)| \ll 1$, $|a_{30}/a_{10}| \gg 1$:

$$|a_{30}| = \frac{a_3(L)}{1 + \Gamma L} \ln \frac{4|a_3(L)|}{|a_{30}|(1 + \Gamma L)}, \quad (48)$$

где Γ – инкремент, определенный в (27). Таким образом, в предельном случае $\Pi \ll 1$ амплитуды электромагнитной волны и медленной волны плотности заряда пучка монотонно нарастают по длине системы. Амплитуда плазменной волны при этом уменьшается.

В случае пучка малой плотности ($\Pi \gg 1$) в приближении заданной амплитуды плазменной волны неустойчивость стабилизируется захватом электронов пучка. Условие применимости приближения заданной волны накачки совпадает с (38). Если выполняется противоположное неравенство, то насыщение неустойчивости произойдет вследствие истощения волны накачки [2, 11].

3. Вынужденное рассеяние ленгмюровских колебаний на ограниченном релятивистском электронном пучке

Будем для простоты считать, что релятивистский пучок имеет форму в общем случае неоднородной ленты с характерным поперечным размером r_b . Пучок распространяется в безграничной однородной плазме, в которой возбуждена ленгмюровская волна накачки. Электроны пучка в поле электрического ондулятора, образованного ленгмюровской волной будут совершать поперечные колебания со скоростью

$$\mathbf{v}_{3\perp} = \frac{1}{2} \mathbf{e}_x \alpha_3 e^{-i\omega_3 t + i\mathbf{k}_3 \mathbf{r}} + k.c., \quad (49)$$

где \mathbf{e}_x – орт в направлении оси x , перпендикулярной направлению движения пучка

$$\alpha_3 = \frac{e E_3 \sin \varphi}{m \gamma_0 \Omega_3},$$

ω_3 , \mathbf{k}_3 – частота и волновой вектор волны ленгмюровской волны накачки, $\Omega_3 = \omega_3 - k_{z3} v_0$, γ_0 – начальное значение релятивистского фактора, E_3 – амплитуда волны накачки, φ – угол между вектором \mathbf{k}_3 и направлением движения пучка. Будем считать, что выполнено условие пространственно-временного синхронизма между взаимодействующими волнами (нормальное вынужденное рассеяние)

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_2 + \omega_3 \\ k_{z1} &= k_{z2} + k_{z3}. \end{aligned}$$

Здесь ω_1, k_{z1} – частота и продольное волновое число рассеянной электромагнитной волны, ω_2, k_{z2} – частота и продольное волновое число волн плотности заряда РЭП (модуляция плотности РЭП, $k_{z2} = \omega_2 / v_0$).

В рассматриваемом случае ограниченного электронного пучка приближение плоской волны для возбуждаемого коротковолнового электромагнитного излучения неприменимо. Необходимо учитывать поперечную структуру волнового поля. Представим выражение для электрического поля коротковолнового излучения в виде

$$\mathbf{E}_1 = \frac{1}{2} \mathbf{A}_1 \mathbf{e}_x e^{ik_{z1} z - i\omega_1 t} + \dots, \quad (50)$$

где $\mathbf{A}_1(x, z)$ – амплитуда высокочастотной (ВЧ) волны, которая является медленно меняющейся функцией от продольной координаты z , $k_{z1} = k_0 \sqrt{\varepsilon(\omega_1)}$ – продольное волновое число волны излучения, $k_0 = \omega_1 / c$. В этом случае волновое поле

можно описывать в рамках параболического уравнения

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}_1}{\partial x^2} + 2ik_{z1} \frac{\partial \mathbf{A}_1}{\partial z} \mathbf{A}_1 = \mathbf{e}_x \frac{2\pi ik_0 e}{c} n_b(x) \alpha_3 \rho e^{-ik_{x3}x}, \quad (51)$$

где $n_b(x)$ – равновесная плотность пучка,

$$\rho = \frac{\omega_2}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_2} \psi(t_0) e^{i(\omega_2 t_L - k_{z2}z)} dt_0$$

– Фурье-компонента плотности пучка на разностной частоте $\omega_2 = \omega_1 - \omega_3$, $k_{z2} = \omega_2/v_0$, $\psi(t_0)$ – закон предварительной модуляции пучка. Если пучок не модулирован, то $\psi(t_0) = 1$. Величина $t_L(t_0, z)$ – время прилета электрона пучка, влетевшего в плазму в момент времени t_0 в точку z (лагранжево время).

При получении уравнения (51) предполагалось, что

$$k_{x1}^2 = \frac{\omega_1^2}{c^2} \varepsilon(\omega_1) - k_{z1}^2.$$

Параболическое уравнение с правой частью (51) необходимо дополнить уравнениями движения частиц пучка в лагранжевых переменных

$$v_L \frac{d\gamma_L}{dz} = -\frac{e\alpha_3}{4mc^2} (\mathbf{e}_x \mathbf{A}_1 e^{-i\theta + ik_{x3}x} + \dots) - \frac{ev_0}{2mc^2} (A_{z2} e^{-i\theta} + \dots), \quad (52)$$

$$\frac{dt_L}{dz} = \frac{\gamma_L}{c\sqrt{\gamma_L^2 - 1}}, \quad (53)$$

где γ_L – релятивистский фактор частиц, $\theta = \omega t_L - k_{z2}z$. Для определения амплитуды волны плотности заряда пучка A_{z2} воспользуемся уравнением

$$\frac{d^2 A_{z2}}{dx^2} - \varkappa_2^2 A_{z2} = -\frac{8\pi i e \varkappa_2^2}{k_{z2} \varepsilon(\omega_2)} \rho n_b(x), \quad (54)$$

где $\varkappa_2^2 = k_{z2}^2 - \omega_2^2 \varepsilon(\omega_2)/c^2$,

$$\rho = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \psi(\theta_0) e^{i\theta} d\theta_0, \quad (55)$$

$\theta_0 = \theta(z=0, t_0)$ – начальное значение фазовой координаты. Решение уравнения (54) имеет вид

$$A_{z2} = \frac{4\pi i e \varkappa_2}{k_2 \varepsilon(\omega_2)} \rho \int_{-\infty}^{\infty} n_b(x') e^{-\varkappa_2|x-x'|} dx'. \quad (56)$$

Таким образом, мы получили самосогласованную систему нелинейных уравнений, описывающую процесс возбуждения коротковолнового излучения при вынужденном рассеянии ленгмюровской волны накачки заданной амплитуды на ленточном электронном пучке.

Отметим, что мы пренебрегли влиянием поперечного движения частиц пучка на их группировку в ВЧ полях. Придадим системе нелинейных уравнений (51)–(53), (55) безразмерную форму. Для этого перейдем к безразмерным переменным

$$\xi = \Gamma z, \quad \eta = x/x_*, \quad C = (\mathbf{e}_x \mathbf{A}_1)/A_*,$$

где $\Gamma = \frac{1}{2\gamma_0} \left(\frac{\omega_b^2 \omega_3}{c^2 v_0} \frac{\alpha_3^2}{v_0^2} k_{z2} \right)^{1/3}$, $x_* = 1/\sqrt{2k_{z1}\Gamma}$, $A_* = \frac{2mc^2 v_0 \beta_0^2 \gamma_0^3}{ek_{z2}\alpha_3} \Gamma^2$, $\omega_b^2 = \frac{4\pi n_{b0} e^2}{m}$, n_{b0} – максимальное значение плотности РЭП. Зависимость плотности РЭП от поперечной координаты мы представим в виде

$$n_b(\eta) = n_{b0} R(\eta), \quad \max R(\eta) = 1.$$

В этих переменных система уравнений (51)–(53) принимает вид

$$\frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} + i \frac{\partial C}{\partial \xi} + i \Delta C = i R(\eta) \rho e^{-iq\eta}, \quad (57)$$

$$\frac{d^2 \theta}{d\xi^2} = \frac{1}{2} C e^{-i\theta + iq\eta} + i \Pi e^{-i\theta} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\sigma|\eta-\eta'|} \rho(\eta') R(\eta') d\eta'. \quad (58)$$

3.1. Возбуждение волнового пучка модулированным током

Рассмотрим модулированный пучок в виде последовательности сгустков $\psi(\theta_0) = 1 + \cos \theta_0$. В поперечном направлении частицы пучка распределены по гауссовскому закону $R = \exp(-\eta^2/\eta_*^2)$. В приближении заданного движения частиц пучка $\theta = \theta_0$, которое справедливо на начальной стадии возбуждения колебаний, когда поле излучения мало и оно слабо возмущает движение частиц пучка, из (55) находим, что $\rho = 1/2$. Тогда параболическое уравнение (58) принимает вид

$$\frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} + i \frac{\partial C}{\partial \xi} = \frac{i}{2} e^{-\eta^2/\eta_*^2 + iq\eta}. \quad (59)$$

Решение неоднородного параболического уравнения (59) с граничным условием

$$C(\xi = 0, \eta) = 0$$

легко находится методом функции Грина

$$C = \frac{\eta_*}{4} e^{-i\pi/4 - S_m} \int_0^\xi \frac{d\xi'}{\sqrt{\xi' - i\eta_*^2/4}} \times e^{-(\eta + iq\eta_*^2)^2/(\eta_*^2 + 4i\xi)}, \quad (60)$$

где $S_m = q^2 \eta_*^2 / 4$. Исследуем полученное выражение для амплитуды в различных физических ситуациях. Прежде всего рассмотрим случай предельный случай $q\eta_*^2 \ll 1$. Выражение для комплексной амплитуды (60) упрощается и принимает вид:

$$C = \frac{\eta_*}{4} e^{-i\pi/4} \int_0^\xi \frac{d\xi'}{\sqrt{\xi' - i\eta_*^2/4}} e^{-\eta^2/(\eta_*^2 + 4i\xi')}.$$

В частности, для амплитуды на оси системы $\eta = 0$ имеем

$$C(0) = \frac{\eta_*}{2} e^{-i\pi/4} \left(\sqrt{\xi - \frac{i\eta_*^2}{4}} - \sqrt{-\frac{i\eta_*^2}{4}} \right).$$

Из этого выражения следует, что на расстояниях $\xi \ll \eta_*^2/4$ комплексная амплитуда растет по линейному закону $C(0) = \xi/2$. Физически это связано с тем, что в указанной области дифракционное распыление волнового пучка несущественно, поэтому картина возбуждения поля такая же, как и для одномерного электронного потока. В области $\xi \gg \eta_*^2/4$ дифракционная расходимость поля приводит к замедлению роста поля на оси $C(0) = \eta_*/2 e^{-i\pi/4} \sqrt{\xi}$. Приведем также зависимость излучаемой с единицы площади пучка мощности $S = \int_{-\infty}^{\infty} |C|^2 d\eta$ от продольной координаты

$$S = \sqrt{2\pi} \frac{\eta_*^5}{12} \left[1 + \sqrt{\frac{1+Q}{2}} (Q-2) \right],$$

где $Q = \sqrt{1 + 2\xi^2/\eta_*^4}$. На малых расстояниях $\xi \ll \eta_*^2/2$ излучаемая мощность нарастает как ξ^2

$$S = \frac{\sqrt{2\pi}}{8} \eta_* \xi^2. \quad (61)$$

На больших расстояниях $\xi \gg \eta_*^2/2$ скорость роста мощности излучения замедляется

$$S = \sqrt{2\pi} \frac{\eta_*^2}{6} \xi^{3/2}.$$

Причина такой зависимости заключается в следующем. Излучаемая мощность пропорциональна произведению интенсивности излучения и характерного поперечного размера волнового пучка. Дифракция волнового пучка приводит, с одной стороны, к линейному росту интенсивности, а с другой стороны — к росту эффективного волнового размера пучка как $\sqrt{\xi}$. В результате приходим к зависимости (61). На малых расстояниях $\xi \ll \eta_*^2/2$ интенсивность растет пропорционально квадрату расстояния, а размер волнового пучка сохраняется. Отсюда получаем зависимость (60).

Параметр S_m с точностью до численного множителя равен квадрату отношения поперечного раз-

мера пучка к пространственному периоду модуляции волны накачки. Очевидно, что при малом значении этого параметра $S_m \ll 1$ влияние поперечной модуляции нелинейного тока в плазме несущественно. Ситуация коренным образом меняется при $S_m \gg 1$. В этом случае в поперечном направлении чередуются области пучка, излучающие в противофазе. Соответственно возникает интерференция поля излучения. На оси пучка выражение для амплитуды излучаемой волны имеет вид:

$$C(0) = \frac{\eta_*}{4} e^{-i\pi/4 - S_m} \int_0^\xi \frac{d\xi'}{\sqrt{\xi' - i\eta_*^2/4}} \times e^{-iS_m \eta_*^2 / (4(\xi' - i\eta_*^2/4))}.$$

На расстояниях $\xi \gg S_m \eta_*^2/4$, $S_m \gg 1$ для амплитуды излучения имеем $C(0) \simeq (\eta_*/2) e^{-i\pi/4 - S_m} \sqrt{\xi}$. Видно, что при больших S_m интерференция волн, излучаемых различными слоями пучка, приводит к экспоненциальному ослаблению излучения.

В заключение этого раздела отметим, что в случае цилиндрических модулированных электронных пучков влияние дифракционных эффектов на возбуждение коротковолнового излучения существенно усиливается. В частности, оказывается, что амплитуда волны в приосевой области пучка растет только по логарифмическому закону, в отличие от корневого в случае ленточного пучка.

3.2. Неустойчивость тонкого ленточного пучка в однородной плазме

Приближение заданного тока справедливо, когда в область взаимодействия поступают уже сформированные сгустки и на начальной стадии процесса можно не учитывать обратное воздействие излучения на движение частиц пучка. Если пучок первоначально однородный, то электромагнитное излучение посредством пондемоторной силы будет группировать частицы пучка в сгустки, т.е. будет развиваться неустойчивость.

Рассмотрим неустойчивость электронного пучка, поперечный размер которого мал по сравнению с длиной излучаемой волны. Тогда пучок можно моделировать бесконечно тонкой плоскостью

$$R(\eta) = \delta(\eta). \quad (62)$$

Линеаризованная система уравнений, описывающая рассматриваемую неустойчивость, имеет вид:

$$\frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} + i \frac{\partial C}{\partial \xi} + \Delta C = i \rho_0 \delta(\eta), \quad (63a)$$

$$\frac{\partial^2 \rho_0}{\partial \xi^2} + \Pi^2 \rho_0 = iC, \quad (63b)$$

где $\rho_0 = \rho(\eta = 0, \xi)$. Второе уравнение системы (63a) описывает возбуждение волн плотности

заряда пучка. Зависимость входящих в (63а) величин от продольной координаты выберем в виде $\rho_0, C \sim e^{i\Gamma_z \xi}$. Тогда вместо системы уравнений (63а) имеем

$$\frac{d^2 C}{d\eta^2} + \left[\Delta - \Gamma_z + \frac{\delta(\eta)}{\Pi^2 - \Gamma_z^2} \right] C = 0. \quad (64)$$

Интегрируя уравнение для амплитуды C в окрестности точки $\eta = 0$ плазменного резонанса, находим граничное условие

$$C'_+ - C'_- = \frac{C_+}{\Pi^2 - \Gamma_z^2}, \quad (65)$$

где $C_{\pm} = C(\pm 0)$, $C'_{\pm} = dC/d\eta|_{\eta=\pm 0}$. Второе граничное условие имеет вид:

$$C_+ = C_-. \quad (66)$$

Из граничных условия (65),(66) вытекает дисперсионное уравнение

$$\Gamma_z^2 - \Pi^2 = -\frac{1}{2\Gamma_x}, \quad (67)$$

$\Gamma = \sqrt{\Delta - \Gamma_z}$. В случае плотного пучка пучка $\Pi^2 \gg 1$ излучение оказывает слабое влияние на волны плотности заряда пучка. Правую часть дисперсионного уравнения можно рассматривать как возмущение. Корни уравнения (67) легко находятся

$$\Gamma_z^{\pm} = \pm \Pi \left(1 - \frac{i}{4\Pi^2} \frac{1}{\sqrt{\Delta \mp \Pi}} \right). \quad (68)$$

Верхний знак соответствует медленной волне плотности заряда, а нижний — быстрой. Добавка к волновому числу медленной волны плотности заряда является мнимой при расстройке

$$\Delta > \Pi, \quad (69)$$

а добавка к волновому числу быстрой, когда

$$\Delta > -\Pi. \quad (70)$$

Причем медленная волна плотности заряда экспоненциально нарастает, а быстрая затухает. По существу неравенства (69),(70) являются условиями излучения электромагнитного поля в поперечном направлении. Медленная волна плотности заряда имеет, как известно, отрицательную энергию. Поэтому потери энергии на излучение сопровождаются экспоненциальным ростом амплитуды [18, 19]. Что касается быстрой пучковой волны, то она, излучая, затухает. Другими словами, электронный пучок в данной ситуации излучает как антенна.

Выражение для корней (68) теряют силу при $\Delta = \pm \Pi$. В исследуемом рамановском режиме возбуждения излучения этот случай представляет наибольший интерес, поскольку излучаемая волна распространяется вдоль пучка и поэтому происходит

длительное взаимодействие волн плотности заряда и электромагнитной волны в отличие от предыдущего случая, когда энергия излучения выносилась в поперечном направлении. Корни дисперсионного уравнения (67), соответствующие волнам плотности заряда, имеют вид:

$$\Gamma_z^{\pm} = \pm \left(\Pi \mp \frac{1}{2(2\Pi^2)^{1/3}} e^{\pm i\pi/3} \right). \quad (71)$$

Инкремент неустойчивости в рассматриваемом случае существенно выше, чем при возбуждении излучения в поперечном направлении.

Рассмотрим теперь предельный случай малого пространственного заряда пучка $\Pi \rightarrow 0$. Будем также считать, что расстройка отсутствует $\Delta = 0$. Тогда дисперсионное уравнение (67) принимает вид: $\Gamma_z^5 = -i/2$, где $\Gamma_z = \sqrt{-\Gamma_x}$, $\text{Im } \Gamma_z > 0$. Последнему неравенству удовлетворяют следующие корни:

$$\Gamma_z^{\pm} = \frac{1}{4^{1/5}} e^{\mp i\pi/5},$$

соответствующие волнам плотности заряда. Нарастает волна с верхним знаком. В поперечном направлении амплитуды волн экспоненциально затухают [16, 17].

3.3. Неустойчивость тонкого ленточного пучка в неоднородной плазме

Перейдем к рассмотрению процесса возбуждения коротковолнового излучения в неоднородной плазме $N(\eta) \neq 0$. Для профиля плотности, имеющего локальный минимум

$$n_p = n_{p0} (1 - \Delta N / \text{ch}^2(\eta/\eta_N)),$$

ΔN — относительный перепад плотности, η_N — характерный размер неоднородности плотности уравнение, описывающее возбуждение коротковолнового излучения тонким электронным пучком, имеет вид

$$\frac{d^2 C}{d\eta^2} - \left[\Delta - \Gamma_z + \frac{\delta(\eta)}{\Pi^2 - \Gamma_z^2} + \mu \Delta N \frac{1}{\text{ch}^2(\eta/\eta_N)} \right] C = 0, \quad (72)$$

где $\mu = \frac{\omega_{\pi 0}^2}{2ck_{z1}\Gamma}$. Решение этого уравнения можно записать следующим образом

$$C(\eta) = \begin{cases} a_+ \psi^+(\eta), & \eta > 0, \\ a_- \psi^-(\eta), & \eta < 0, \end{cases}$$

где $\psi^{\pm}(\eta)$ — линейно независимые решения уравнения

$$\frac{d^2 \psi}{d\eta^2} + \left(\Delta - \Gamma_x + \mu \Delta N \frac{1}{\text{ch}^2(\eta/\eta_N)} \right) \psi = 0, \quad (73)$$

удовлетворяющие условию излучения на $\pm\infty$. Граничные условия для определения постоянных a_{\pm} имеют вид (65),(66). Линейно независимые решения уравнения (73) можно записать в терминах гипергеометрических функций

$$\begin{aligned}\psi^+ &= (1 - \xi^2)^{\varepsilon/2} (1 + \xi)^{-\varepsilon} 2^{\varepsilon} \\ &\quad \times F\left(s + 1, -s, 1 + \varepsilon, \frac{1 - \xi}{2}\right), \\ \psi^- &= (1 - \xi^2)^{\varepsilon/2} (1 - \xi)^{-\varepsilon} 2^{\varepsilon} \\ &\quad \times F\left(-s, s + 1, 1 + \varepsilon, \frac{1 + \xi}{2}\right).\end{aligned}$$

Здесь $\xi = \text{th}(\eta/\eta_N)$, $s(s + 1) = \mu\Delta N\eta_N^2$, $\varepsilon^2 = (\Gamma_z - \Delta)\eta_N^2$. Дисперсионное уравнение имеет следующий вид:

$$\Gamma_x^2 - \Pi^2 = \frac{\eta_N^2}{2(\varepsilon + s)} \frac{\Gamma\left(\frac{\varepsilon - s}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\varepsilon + s + 1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\varepsilon + s}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\varepsilon - s + 1}{2}\right)}, \quad (74)$$

$\Gamma(z)$ – гамма-функция. В случае однородной плазмы дисперсионное уравнение (74) переходит в исследованное выше (67).

Область пониженной плотности плазмы является для электромагнитного излучения волноводом. Спектр собственных волн такого волновода определяется из дисперсионного уравнения [19]

$$\frac{1}{\Gamma\left(\frac{\varepsilon - s}{2}\right)} = 0, \quad (75)$$

которое при фиксированном $s > 0$ имеет конечное число корней, соответствующих собственным волнам волновода

$$\begin{aligned}\varepsilon_n &= s - 2n, \quad n = 0, 1, \dots, n_{\max}, \\ s - n_{\max} &> 0 > s - n_{\max} - 1.\end{aligned}$$

Максимальное число мод определяется параметром s , который пропорционален перепаду плотности плазмы. В частности, при $s < 2$ в волноводе может распространяться только одна мода. Очевидно, что возбуждение излучения происходит наиболее эффективно в условиях комбинированного резонанса пучка с одной из мод волновода. Вблизи указанного резонанса дисперсионного уравнения (74) принимает типичную для ЛСЭ форму [20] $(\Gamma_x^2 - \Pi^2)(\Gamma_x - \bar{\Delta}) = -M_n$, где

$$\begin{aligned}\bar{\Delta} &= \Delta + \left(\frac{s - 2n}{\eta_N}\right)^2, \\ M_n &= (-1)^n \frac{2}{\eta_N} \frac{n!(s - 2n)}{s - n} \frac{\Gamma(s + n + 1/2)}{\Gamma(s - n)\Gamma(1/2 - n)}.\end{aligned}$$

В рамановском режиме инкремент неустойчивости максимален при $\bar{\Delta} = \Pi$ и равен $\text{Im}\Gamma_z =$

$\sqrt{M_n/(2\pi)}$. Равенство $\bar{\Delta} = \Pi$ является условием пространственного синхронизма между волной накачки, электромагнитной и медленной пучковой волнами. Рамановский режим реализуется при достаточно больших значениях плотности тока $\Pi^3 \gg M_n$. В обратном предельном случае имеет место режим модифицированного распада. Инкремент такой неустойчивости максимален при $\bar{\Delta} = 0$ и равен

$$\text{Im}\Gamma_x = \frac{\sqrt{3}}{2} M_n^{1/3}.$$

Остановимся кратко на особенностях неустойчивости в случае профиля плотности плазмы имеющего максимум в точке плазменного резонанса. Тогда параметр s чисто мнимый. Неустойчивость пучка в этих условиях является антенного типа и связана с потерями энергии медленной волны плотности заряда пучка (волны с отрицательной энергией) на излучение. В отличие от однородной плазмы правая часть дисперсионного уравнения (74) остается конечной при $\varepsilon = 0$, т.е. при распространении электромагнитной волны на оси вдоль пучка. Соответственно отсутствует качественное увеличение инкремента. Физически это связано с тем, что плазма в данном случае дефокусирует излучение. Поэтому даже при $\varepsilon = 0$ происходит вынос энергии поля из области пучка в поперечном направлении.

3.4. Неустойчивость пучка конечных поперечных размеров

В разделе 3.1 в приближении заданного тока показано, что модулированный электронный пучок конечных поперечных размеров возбуждает электромагнитное излучение в виде волнового пучка. Дифракция волнового пучка замедляет скорость нарастания излучения. Ниже мы исследуем влияние дифракционных эффектов на процесс усиления электромагнитного излучения однородным пучком. Для простоты ограничимся режимом модифицированного распада, т.е. влиянием ВЧ полей пространственного заряда будем пренебрегать $\Pi = 0$.

На небольших расстояниях от плоскости инжекции, где амплитуда возбуждаемого излучения мала, динамику неустойчивости можно описывать в рамках линейного уравнения в частных производных, которое для пучка с гауссовским профилем плотности имеет вид:

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(i \frac{\partial C}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} \right) + e^{-\eta^2/\eta_*^2} C = 0. \quad (76)$$

Отметим, что при получении этого уравнения из системы (57),(58) мы предположили, что $\Delta = 0$.

Следуя работе [21], сделаем замену $C = e^A$. В

результате вместо (76) получим

$$i \frac{\partial A}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 A}{\partial \eta^2} + \left(\frac{\partial A}{\partial \eta} \right)^2 = u, \quad (77)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial A}{\partial \xi} + u \left[\frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} + \left(\frac{\partial A}{\partial \xi} \right)^2 \right] + e^{-\eta^2/\eta_*^2} = 0.$$

Будем искать решение системы уравнений в виде рядов

$$A = \sum_{\alpha=0}^{\infty} A_{\alpha} \eta^{2\alpha}, \quad u = \sum_{\alpha=0}^{\infty} u_{\alpha} \eta^{2\alpha}. \quad (78)$$

Подставив разложения (78) в уравнения (77), приходим к цепочке уравнений для коэффициентов разложения A_{α} , $\alpha = 0, 1, \dots$. Ниже мы ограничимся приближением гауссовского волнового пучка, в рамках которого достаточно удержать в разложении (78) только два первых слагаемых. В результате для коэффициентов $A_{0,1}$ получим следующую систему

$$iA_0''' + (3iA_0' + 2A_1)A_0'' + (4A_1' + iA_0'^2 + 2A_1A_0')A_0' + 2A_1'' + 1 = 0, \quad (79)$$

$$iA_1''' + (10A_1 + 3iA_0')A_1'' + (3iA_0'' + 20A_1A_0' + 3iA_0'^2 + 12A_1')A_1' + 4A_1^2(A_0'^2 + A_0'') - \frac{1}{\eta_*^2} = 0.$$

Комплексные величины A_0 и A_1 имеют простой физический смысл: $\exp(\text{Re } A_0)$ является амплитудой волнового пучка, $\text{Im } A_0$ – его фаза, $1/\sqrt{-\text{Re } A_1}$ – поперечный размер волнового пучка, $\text{Im } A_1$ – описывает искривление волнового фронта пучка.

Уравнения (79) следует дополнить начальными условиями, которые были выбраны следующими:

$$\text{Re } A_0(0) = a_0, \quad \text{Im } A_0(0) = 0, \quad (80)$$

$$\text{Re } A_1(0) = -\frac{1}{\eta_e^2}, \quad \text{Im } A_1(0) = 0, \quad (81)$$

$$A_0'(0) = 0, \quad A_1'(0) = 0, \quad (82)$$

η_e – начальное значение поперечного размера волнового пучка. Условия (81),(82) отражают отсутствие предварительной модуляции скорости и плотности электронного потока.

Система уравнений (79) с начальными условиями (80) была решена численными методами при $a_0 = -3$ и различных поперечных размерах волнового и электронного пучков. Результаты численных расчетов представлены на рис. 6–11. Из рис. 6,7, на которых изображены зависимости поперечного размера волнового пучка от продольной координаты, следует, что после переходного процесса устанавливается режим волноводного распространения излучения [16, 17] с постоянным поперечным размером волнового пучка. Установившийся размер волнового пучка в выбранных безразмерных

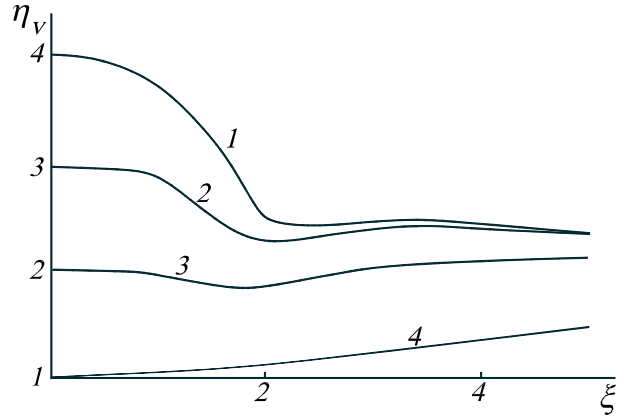


Рис. 6. Зависимости поперечного размера волнового пучка от продольной координаты ($\eta_* = 3$).

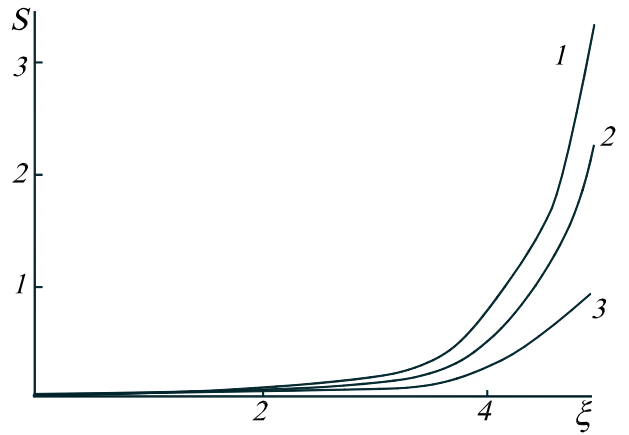


Рис. 7. Зависимости поперечного размера волнового пучка от продольной координаты ($\eta_* = 1$).

переменных определяется только толщиной электронного потока. При малых размерах электронного потока волновой пучок толще его, а при больших наоборот. Характер поведения поперечного размера волнового пучка в переходной области и длина этой области также существенно зависят от соотношения между начальными размерами волнового и электронного пучков. При $\eta_e \gg \eta_*$ стационарный размер волнового пучка устанавливается на существенно меньших расстояниях, чем в случае $\eta_* < \eta_e$. Причем длина переходной области в последнем случае может превышать расстояния, на которых справедливо линейное приближение ($|C| < 1$). Иначе говоря, длина фокусировки излучения электронным потоком больше длины усиления излучения. Такую ситуацию иллюстрируют на рис. 6,7 кривые 4.

Остановимся на зависимости амплитуды излучения на оси системы от продольной координаты. На малых расстояниях инкремент $\Gamma_l = 1/\xi \text{Re} [A_0(\xi) - A_0(0)]$ растет (рис. 8а) и в области волноводного распространения асимптотически выходит на по-

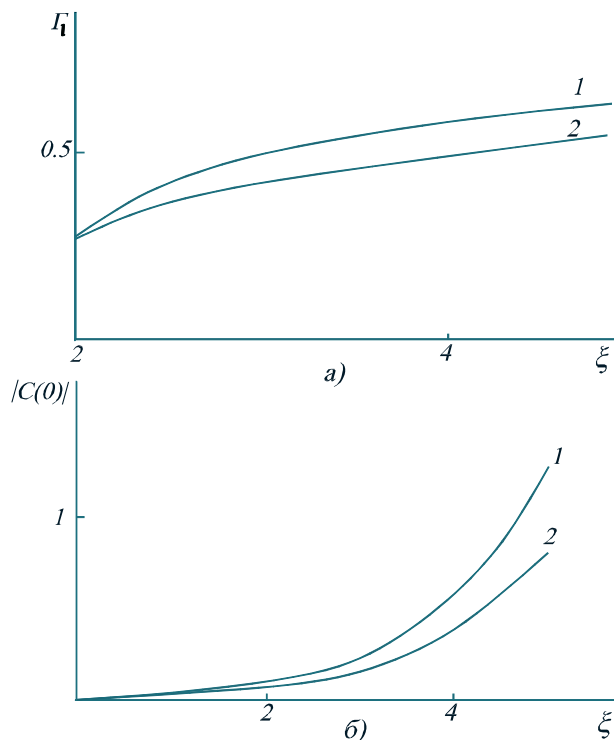


Рис. 8. Зависимости инкремента Γ_l от продольной координаты 1 - $\eta_e = 4$, 2 - $\eta_e = 1$ (а); зависимости амплитуды поля на оси $|C(0, \xi)|$ от продольной координаты, $\eta_* = 3$ (б).

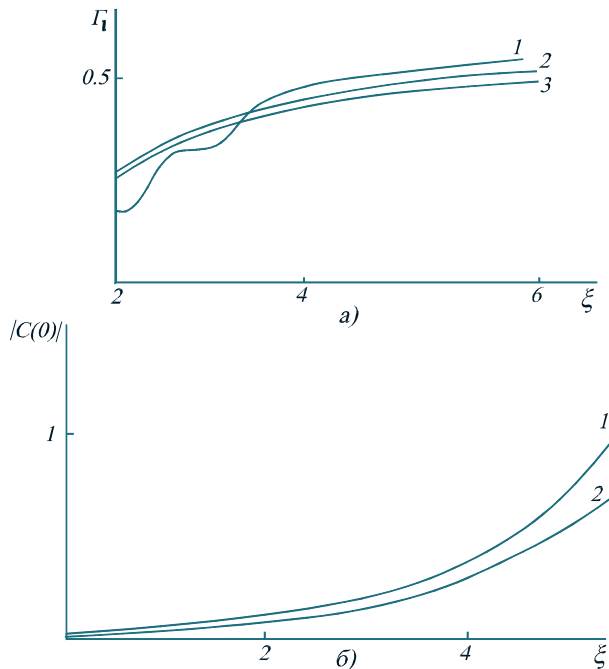


Рис. 9. Зависимость инкремента от продольной координаты 1 - $\eta_e = 4$, 2 - $\eta_e = 1$, 3 - $\eta_e = 0.8$ (а); зависимости амплитуды поля на оси от продольной координаты 1 - $\eta_e = 4$, 2 - $\eta_e = 1$, $\eta_* = 1$ (б).

остоянный уровень. Установившееся значение ин-

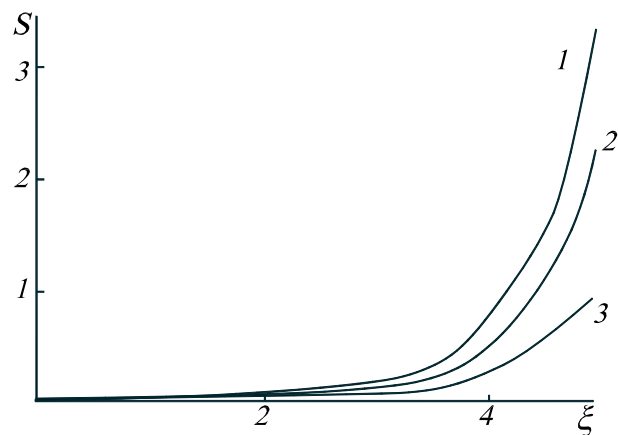


Рис. 10. Зависимость мощности излучения от продольной координаты 1 - $\eta_e = 4$, 2 - $\eta_e = 2$, 3 - $\eta_e = 1$, $\eta_* = 3$.

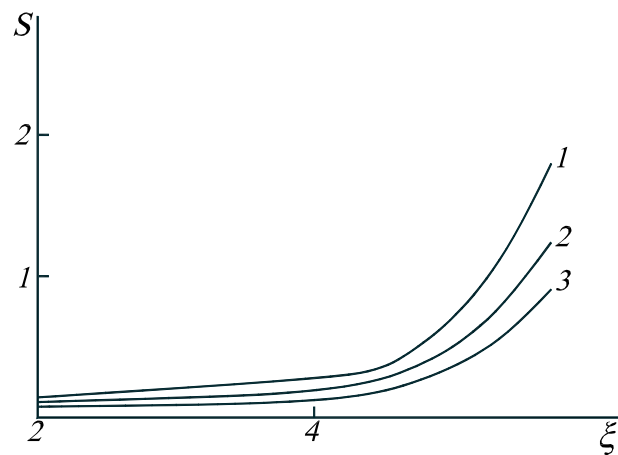


Рис. 11. Зависимость мощности излучения от продольной координаты 1 - $\eta_e = 4$, 2 - $\eta_e = 1$, 3 - $\eta_e = 0.8$, $\eta_* = 1$.

кремента зависит только от толщины электронного потока. В случае широких электронных потоков $\eta_* \gg 1$ значение инкремента близко к получаемому в модели одномерного потока $\Gamma_l = \sqrt{3}/2$. С уменьшением толщины электронного потока (полного тока при фиксированной плотности на оси) инкремент неустойчивости падает. При фиксированной толщине электронного потока несколько быстрее нарастает амплитуда широких волновых пучков ($\eta_* \ll \eta_e$) по сравнению с узкими (рис. 8,9). Значительно более сильно зависит от начальной толщины волнового пучка излучаемая мощность (рис. 10,11). Как уже отмечалось, широкие пучки выходят на волноводный режим на меньших расстояниях, чем узкие. Поэтому при примерно одинаковой скорости роста амплитуды происходит усиление мощности широких волновых пучков более эффективно.

Таким образом, электронный пучок оказывает фокусирующее действие на электромагнитное из-

лучение. В результате устанавливается волноводный режим распространения усиливаемых электромагнитных волн. Следует отметить, что приближение гауссовского волнового пучка позволяет получать качественную картину распространения излучения. Для поперечного профиля электронного потока

$$R = 1/\text{ch}^2(\eta/\eta_*)$$

режим волнового распространения можно исследовать аналитически. Выбирая зависимость комплексной амплитуды от продольной координаты в виде $C \sim \exp(i\Gamma_x \xi)$, получаем следующее уравнение:

$$\frac{d^2 C}{dy^2} + \left(\frac{s(s+1)}{\text{ch}^2 y} - \varepsilon^2 \right) C = 0,$$

где $y = \eta/\eta_*$, $\varepsilon^2 = \Gamma_z \eta_*^2$, $s(s+1) = -\eta_*^2/\Gamma_z$. Решением этого уравнения, конечное при $y \rightarrow \infty$, является имеет вид

$$C = (1 - \zeta^2)^{\varepsilon/2} F \left(\varepsilon - s, \varepsilon + s + 1, \varepsilon + 1, \frac{1 - \zeta}{2} \right),$$

$\zeta = \text{th} y$. Условие конечности решения при $-\infty$ дает дисперсионное уравнение $s - \varepsilon = n$, $n = 0, 1, \dots$. В частности, для низшей моды $n = 0$ имеем

$$\eta_* \sqrt{\Gamma_z} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - 4 \frac{\eta_*^2}{\Gamma_z^2}} = 0. \quad (83)$$

При $4\eta_*^2/\Gamma_z^2 \ll 1$ это уравнение переходит в дисперсионное уравнение (67), описывающее колебания бесконечно тонкого пучка. В случае толстого электронного потока $4\eta_*^2 \gg 1$ вместо (83) имеем $\Gamma_z^3 = -1$. Нарастающая волна плотности заряда пучка затухает в поперечном направлении по экспоненциальному закону.

3.5. Нелинейная самофокусировка электромагнитного излучения, возбуждаемого электронным пучком

Выше было рассмотрено волноводное распространение электромагнитного излучения в приближении линейной плазмы. При больших интенсивностях электромагнитного излучения в плазме возможно явление нелинейной самофокусировки. В наиболее простом случае, когда нелинейная добавка к диэлектрической проницаемости пропорциональна интенсивности излучения, уравнение, описывающее возбуждение излучения электронным пучком с гауссовым профилем, имеет вид:

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(i \frac{\partial C}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} + \nu_F C |C|^2 \right) + e^{-\eta^2/\eta_*^2} C = 0. \quad (84)$$

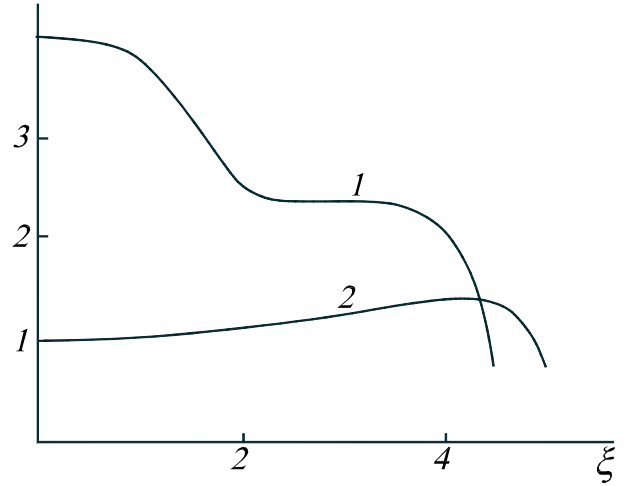


Рис. 12. Зависимости толщины волнового пучка от продольной координаты в условиях нелинейной самофокусировки $1 - \nu_F = 4$, $2 - \nu_F = 3$, $\eta_* = 3$.

Значение параметра ν_F зависит от конкретного механизма самофокусировки. В частности, если самофокусировка обусловлена эффектом релятивистского возрастания массы электронов плазмы в поле излучения, то для параметра ν_F имеем [22]

$$\nu_F = \frac{1}{4} \frac{\omega_{p0}^2 k_1}{\omega_1^2 \Gamma} \frac{e^{22}}{m^{22} \omega_1^2}.$$

Для волнового пучка гауссовской формы вместо (84) получаем следующую систему уравнений

$$\begin{aligned} iA_0''' + (3iA_0' + 2A_1)A_0'' + (4A_1' + iA_0'^2 + 2A_1A_0')A_0' + 2A_1'' + 1 + \nu_F [2\text{Re} A_0'' + 4(\text{Re} A_0')^2 + 4A_0' \text{Re} A_0'' + A_0'' + A_0'^2] e^{2\text{Re} A_0} = 0, \\ iA_1''' + (3iA_0' + 10A_1 + \nu_F e^{2\text{Re} A_0})A_1'' + (12A_1' + 3iA_0'' + 3iA_0'^2 + 20A_0'A_1' + 4\nu_F \text{Re} A_0' e^{2\text{Re} A_0} + 2A_0' \nu_F e^{2\text{Re} A_0})A_1' + 4A_1^2(A_0'' + A_0'^2) - \frac{1}{\eta_*^2} + 2\nu_F e^{2\text{Re} A_0} \times [\text{Re} A_1'' + 4\text{Re} A_1' \text{Re} A_0' + 2\text{Re} A_1 \text{Re} A_0'' + 4\text{Re} A_1 (\text{Re} A_0')^2 + 2A_0' \text{Re} A_1' + 4A_0' \text{Re} A_1 \text{Re} A_0' + A_0'' \text{Re} A_1 + A_0'^2 \text{Re} A_1] = 0. \end{aligned} \quad (85)$$

Процесс нелинейной фокусировки излучения в рассматриваемой системе имеет отличительные особенности. Это прежде всего то обстоятельство, что электронный поток сам является фокусирующим элементом. Очевидно, что в зависимости от соотношения между длинами, на которых происходит линейная L_{lf} и нелинейная L_{nf} фокусировки, процесс распространения излучения протекает по разному.

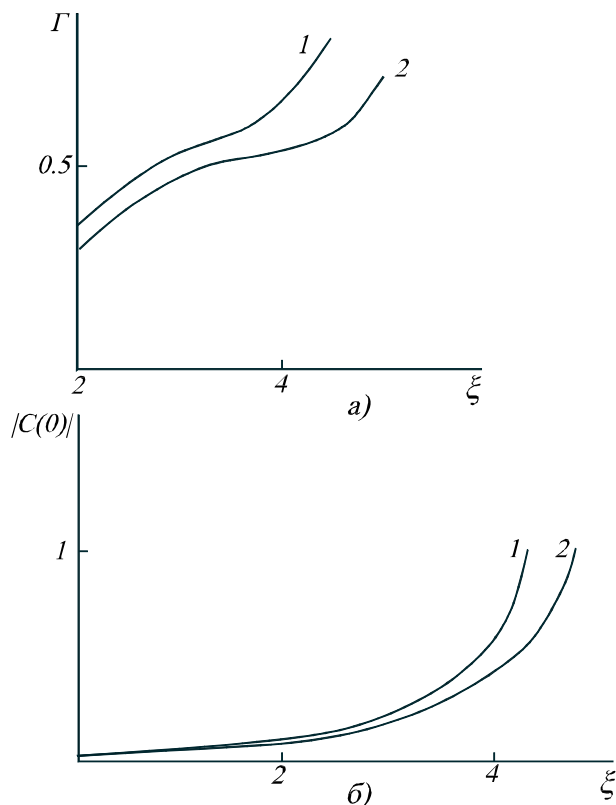


Рис. 13. Зависимости инкремента от продольной координаты 1 - $\nu_F = 4$, $\eta_e = 4$, 2 - $\nu_F = 3$, $\eta_e = 1$ (а); зависимость амплитуды поля на оси от продольной координаты (б).

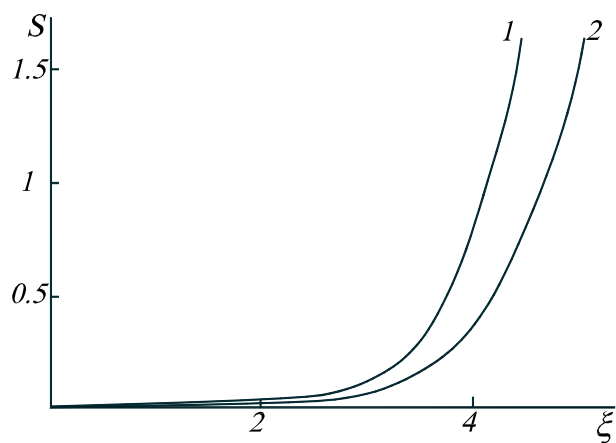


Рис. 14. Зависимости излучаемой мощности от продольной координаты 1 - $\nu_F = 4$, $\eta_e = 4$, 2 - $\nu_F = 3$, $\eta_e = 1$, $\eta_* = 3$.

На рис. 12 (кривая 1) изображена зависимость толщины волнового пучка от продольной координаты, соответствующая случаю $L_{nf} \gg L_{lf}$. Видно, что вначале происходит фокусировка излучения электронным потоком, а затем наступает нелинейная фокусировка. Толщина пучка быстро уменьшается. Схлопывание излучения приводит к возрастанию инкремента неустойчивости (рис. 13). Факти-

чески можно говорить о взрывном характере роста амплитуды поля на оси системы. Что касается мощности излучения, то ее рост более умеренный (рис. 14). На этих же рисунках изображены (кривые 2) результаты численных расчетов в случае тонкого волнового пучка, когда длина усиления превышает расстояние, на котором происходит фокусировка излучения электронным потоком. Хорошо видно, что в этом случае при достижении амплитудой достаточно больших значений стадия нелинейной фокусировки излучения наступает, минуя линейную фокусировку электронным потоком.

4. Рассеяние плазменных колебаний замагниченного плазменного волновода на РЭП

В условиях эксперимента электронные пучки взаимодействуют с ограниченной в поперечном направлении плазмой, т.е. с плазменными волноводами [27]. Ограниченность плазмы изменяет дисперсию высокочастотных плазменных колебаний, оказывает существенное влияние на характер нелинейных процессов.

В настоящем разделе исследованы процессы вынужденного рассеяния плазменных волн замагниченного плазменного волновода на тонкостенном трубчатом релятивистском электронном пучке [8].

4.1. Постановка задачи. Вывод укороченных уравнений

Рассмотрим волновод, образованный плазменным цилиндром радиуса a и проводящим кожухом такого же радиуса. Пусть в плазме вдоль оси движется поперечный моноэнергетический релятивистский пучок электронов, радиус которого b . Для простоты будем считать, что пучок бесконечно тонкий. Система помещена во внешнее магнитное поле, силовые линии которого параллельны оси волновода. Электроны пучка и плазмы будем считать замагниченными (движение одномерно).

Заметим, что в рассматриваемой плазменно-пучковой системе реализация указанных выше параметрических механизмов возбуждения коротковолнового электромагнитного излучения возможна, когда отсутствует прямое черенковское взаимодействие пучка с медленной плазменной волной. Критерий отсутствия линейной черенковской неустойчивости пучка в рассматриваемой геометрии имеет вид:

$$\beta_0^2(1 + \lambda_0^2/P_e) < 1. \quad (86)$$

Здесь $P_e = \omega_e^2 a^2 / c^2$ - погонная плотность плазмы,

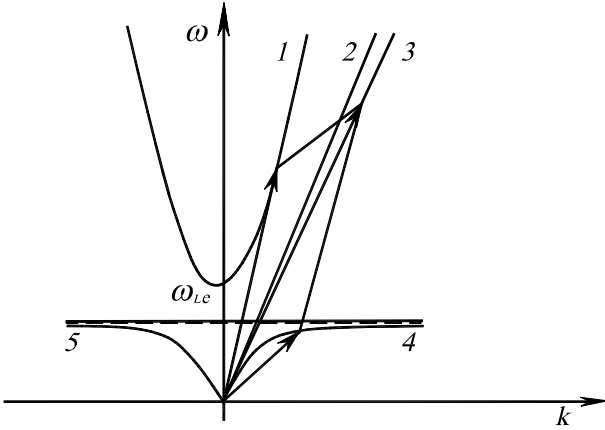


Рис. 15. Дисперсионная диаграмма в случае прямой плазменной волны накачки: 1 – электромагнитная волна, 2,3 – быстрая и медленная волны плотности заряда пучка, 4,5 – прямая и обратная плазменные волны.

$\lambda_0 \approx 2.4$, $\beta_0 = v_0/c$.

Будем считать, что параметры пучка и плазмы удовлетворяют условию (86). Пусть плазменная волна распространяется вдоль пучка. Условие синхронизма взаимодействующих колебаний плазменного волновода с электронным пучком в этом случае записывается в виде

$$\omega_e + \omega_p \simeq (k_e + k_p)v_0, \quad (87)$$

где $\omega_{e,p}$ – частоты, а $k_{e,p}$ – продольные волновые числа электромагнитной и плазменной волн. На рис. 15 изображена дисперсионная диаграмма взаимодействующих колебаний, иллюстрирующая комбинационный синхронизм (87).

Для описания нелинейного взаимодействия волн воспользуемся уравнениями Максвелла

$$\frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial H_\varphi}{\partial t},$$

$$\frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial E_r}{\partial r}, \quad (88)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r H_\varphi = \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{4\pi e}{c} n_0 \tilde{v} - \frac{4\pi e}{c} \tilde{n} \tilde{v} + \frac{4\pi}{c} j_b$$

и уравнениями гидродинамики для электронов плазмы, где n_0 – равновесная плотность плазмы, \tilde{n}, \tilde{v} – возмущения плотности и скорости электронов плазмы, j_b – плотность тока пучка.

Влияние на пучок несинхронных плазменной и электромагнитной волн будем описывать в рамках уравнений гидродинамики, которые для краткости не выписываем, а движение пучка в поле резонансной комбинационной волны будем моделировать методом "крупных частиц" [9].

На поверхности идеально проводящего кожуха продольная компонента электрического поля обращается в нуль

$$E_z(r = a) = 0. \quad (89)$$

Система уравнений (88) сводится к следующему нелинейному волновому уравнению для продольной компоненты электрического поля

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) + \omega_{Le}^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \right] E_z = 4\pi e \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \left(\frac{\partial \tilde{n} \tilde{v}}{\partial t} - n_0 \tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial j_b}{\partial t} + 4\pi \frac{\partial \rho_b}{\partial z} \right), \quad (90)$$

ρ_b – плотность зарядов пучка, $\omega_{Le}^2 = 4\pi e^2 n_0/m$. В рассматриваемой модели бесконечно тонкого пучка выражение для равновесной плотности имеет вид

$$n_{b0} = (N_b/2\pi b)\delta(r - b),$$

где N_b – число частиц на единицу длины пучка, $\delta(x)$ – дельта функция.

Будем искать решение уравнения (90) в виде

$$E_z = A_e(r, t) \exp(ik_e z - i\omega_e t) + A_p(r, t) \times \exp(ik_p z - i\omega_p t) + A_s(r, t) \exp(ik_s z - i\omega_s t), \quad (91)$$

где медленно меняющиеся функции $A_{e,p}$ описывают электромагнитную и плазменную волны, а функция A_s описывает резонансную с пучком комбинационную волну, $\omega_s = \omega_e + \omega_p$, $k_s = k_e + k_p$. После подстановки выражения (91) в уравнение (90) и ряда несложных преобразований нетрудно получить следующую систему укороченных по времени уравнений

$$Q_e A_e = i\sigma_e A_s A_p^* e^{-i\delta t} + \mu_e \rho A_p^* R(\eta) e^{-\delta t}, \quad (92)$$

$$Q_p A_p = i\sigma_p A_s A_p^* e^{-i\delta t} + \mu_p \rho A_p^* R(\eta) e^{-\delta t}, \quad (93)$$

$$Q_s A_s = -i\sigma_s A_e A_p e^{i\delta t} - \frac{4\pi i e k_s N_b}{\gamma_0^2} \rho R(\eta). \quad (94)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$Q_\alpha = \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \eta \frac{\partial}{\partial \eta} + \lambda_\alpha^2 + i \frac{\partial \lambda_\alpha^2}{\partial \omega_\alpha} \frac{\partial}{\partial t}, \quad \alpha = e, p, s,$$

$$\eta = \frac{r}{a}, \quad \lambda_\alpha^2 = \varepsilon_{||}^{(\alpha)} \chi_\alpha^2,$$

$$\chi_\alpha^2 = \left(\frac{\omega_\alpha^2}{c^2} - k_\alpha^2 \right) a^2, \quad \varepsilon_{||}^{(\alpha)} = 1 - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega_\alpha^2},$$

$$\sigma_\alpha = \frac{\omega_{Le}^2 k_p}{\omega_p^2 \omega_e^2} \frac{e}{m} \chi_\alpha^2, \quad \mu_{e,p} = \frac{\Omega_b^2}{\Omega_e^2} \chi_{e,p}^2, \quad (95)$$

$$\Omega_e = \omega_e - k_e v_0, \quad \Omega_b^2 = \frac{4\pi e^2 N_b}{m \gamma_0^3 a^2},$$

$$R(\eta) = \frac{\delta(\eta - \eta_0)}{2\pi \eta_0}, \quad \eta_0 = \frac{b}{a},$$

$$\delta = \omega_s - \omega_e - \omega_p,$$

$$\rho = \frac{k_s}{2\pi} \int_0^{2\pi/k_s} \exp[i\omega_s t - ik_s z_L(t, z_0)] dz_0.$$

Интегрирование в (95) ведется по начальным значениям координат частиц пучка [9]. Траектории частиц пучка z_L определяются путем интегрирования уравнения движения (см. ниже). Систему уравнений (92)–(94) необходимо дополнить граничными условиями для функций A_α , которые следует из (89) и имеют вид

$$A_\alpha(\eta = 1) = 0. \quad (96)$$

Будем решать систему уравнений (92)–(94) методом последовательных приближений. В линейном приближении функции $A_{e,p}$ зависят только от радиуса $A_{e,p} = a_{e,p}J_0(\lambda_{e,p}\eta)$, где $a_{e,p}$ – амплитуды электромагнитной и плазменной волн, $\lambda_e = p_n$, $\lambda_p = p_m, p_{n,m}$ – в общем случае разные корни функции Бесселя $J_0(x)$. Взаимодействие волн приведет к медленному изменению амплитуд, а также к слабому искажению распределения полей волн по сечению плазмы. В соответствии с этим будем искать решения уравнений (92),(93) в виде

$$A_{e,p} = a_{e,p}(t)J_0(\lambda_{e,p}, \eta) + \delta A_{e,p}(t, \eta), \quad (97)$$

где $\delta A_{e,p}$ – малые добавки. Подставим выражение (97) в уравнение (94). Поскольку нелинейные добавки малы, в правой части этого уравнения достаточно удерживать только главные члены разложения (97). Такое упрощение дает возможность решить уравнение (94) относительно поперечной координаты:

$$A_s = a_s J_0(\lambda_s \eta) - i\sigma_s a_e a_p \Phi_s(\lambda_s \eta) e^{i\delta t} - (4\pi i e k_s N_b / \gamma_0^2) \rho F_s(\eta), \quad (98)$$

где

$$\Phi_s(\lambda_s \eta) = \int_0^\eta L(\lambda_s \eta, \lambda_s \xi) J_0(\lambda_p \xi) J_0(\lambda_e \xi) \xi d\xi, \\ L(x, y) = \frac{\pi i}{2} [J_0(x) H_0^{(1)}(y) - H_0^{(1)}(x) J_0(y)],$$

$H_0^{(1)}(x)$ – функция Ханкеля,

$$F_s = \int_0^\eta L(\lambda_s \eta, \lambda_s \xi) R(\xi) \xi d\xi.$$

С учетом (98) нетрудно найти приближенное решение уравнений (92), (93):

$$A_e = a_e J_0(\lambda_e \eta) + i(\partial J_0(\lambda_e \eta) / \partial \omega_e) \partial a_e / \partial t + i\sigma_e a_p^* \Phi_e(\lambda_e \eta) e^{-i\delta t} + \mu_e \rho a_p^* F_e e^{-i\delta t}, \quad (99)$$

$$A_p = a_p J_0(\lambda_p \eta) + i(\partial J_0(\lambda_p \eta) / \partial \omega_p) \partial a_p / \partial t + i\sigma_p a_e^* \Phi_p(\lambda_p \eta) e^{-i\delta t} + \mu_p \rho a_e^* F_p e^{-i\delta t}. \quad (100)$$

Здесь

$$\Phi_{e,p}(\lambda_{e,p} \eta) = \int_0^\eta L(\lambda_{e,p} \eta, \lambda_{e,p} \xi) A_s(\xi) J_0(\lambda_{p,e} \xi) \xi d\xi, \\ F_{e,p} = \int_0^\eta L(\lambda_{e,p} \eta, \lambda_{e,p} \xi) R(\xi) J_0(\lambda_{p,e} \xi) \xi d\xi.$$

Последнее слагаемое в выражении (99) является вынужденным решением неоднородного уравнения (92). Сумма остальных слагаемых представляет собой приближенное решение соответствующего однородного уравнения. Выражения (98),(100) имеют аналогичную структуру. Отметим, что в (98) мы пренебрегли производной амплитуды комбинационной волны по времени. Это оправдано, поскольку комбинационная волна не является собственной волной плазменного волновода.

Воспользуемся теперь граничными условиями (96). В результате получим следующие уравнения для амплитуд электромагнитной и плазменной волн:

$$i \frac{da_e}{dt} = V_e \rho a_p^* e^{-i\delta t}, \quad (101)$$

$$i \frac{da_p}{dt} = V_p \rho a_e^* e^{-i\delta t}, \quad (102)$$

где

$$V_{e,p} = \frac{v_{ge,p} \chi_{e,p}^2 \Omega_b^2 \Pi}{2\pi J_1^2(\lambda_{e,p}) k_{e,p} a^2 \varepsilon_{\parallel}^{(e),(p)}}, \quad v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k},$$

$$\Pi = \frac{J_0(\lambda_p \eta_0) J_0(\lambda_e \eta_0)}{\Omega_e^2} - \frac{\omega_{Le}^2 \gamma_0 k_p k_s N}{\omega_p^2 \omega_e^2 I_0(q_s)} \equiv \Pi_b - \Pi_e,$$

$$N = \int_0^1 J_0(\lambda_e \xi) J_0(\lambda_p \xi) f(q_s \xi) \xi d\xi,$$

$$f(q_s \xi) = \begin{cases} \Delta_s(1, \xi) I_0(q_s \eta_0), & \xi > \eta_0, \\ \Delta_s(1, \eta_0) I_0(q_s \xi), & \xi < \eta_0, \end{cases}$$

$$\Delta_s(1, \xi) = I_0(q_s) K_0(q_s \xi) - I_0(q_s \xi) K_0(q_s), \quad q_s = \frac{\omega_s a}{v_0 \gamma_0},$$

$I_0(x), K_0(x)$ – модифицированные функции Бесселя.

Систему уравнений (101),(102),(95) замыкают уравнения движения электронов пучка, записанные в лагранжевых переменных:

$$\frac{dz_L}{dt} = v_L, \\ \frac{dv_L}{dt} = -i \frac{k_s e^2}{m \gamma_0^3} a_e a_p \Pi e^{i\delta t} - \frac{i e^2 k_s \Delta_s(1, \eta_0) I_0(q_s \eta_0) N_b}{\gamma_0^2 I_0(q_s)} \rho. \quad (103)$$

Первое слагаемое в правой части уравнения движения (103) представляет собой силу, действующую

на электронный пучок со стороны комбинационной волны, а второе — учитывает ВЧ пространственный заряд.

4.2. Накачка прямой плазменной волной

Система уравнений (95),(101)–(103) описывает возбуждение электромагнитного излучения электронным пучком в случае прямой плазменной волны. Для анализа этой системы удобно перейти к безразмерным переменным

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\omega_s t \theta}{\gamma_0^2}, & \theta &= \frac{\Omega_b a \gamma_0}{v_0} \sqrt{\frac{\Delta_s(1, \eta_0) I_0(q_s \eta_0)}{2\pi I_0(q_s)}}, \\ \nu &= \frac{p_0 - p}{p_0 \theta}, & \xi &= \frac{k_s}{2\pi} (z - v_0 t), & C_{e,p} &= \frac{a_{e,p}}{\tilde{a}_{e,p}}, \\ \tilde{a}_{e,p} &= \left[\frac{v_{ge,p} \kappa_{e,p}^2 \theta \gamma_0}{J_1^2(\lambda_{e,p}) k_{e,p} \omega_s a^2} \frac{2m N_b v_0^2}{a^2 \varepsilon_{\parallel}^{(e),(p)}} \right]^{1/2}. \end{aligned}$$

В этих переменных систему уравнений (101)–(103) можно записать в виде

$$i \frac{dC_e}{d\tau} = V \rho C_p^* e^{-i\Delta\tau}, \quad i \frac{dC_p}{d\tau} = V \rho C_e^* e^{-i\Delta\tau}, \quad (104)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{d\tau} &= -\frac{\nu}{2\pi}, & \frac{d\nu}{d\tau} &= i(\rho + V C_e C_p e^{i\Delta\tau}) e^{2\pi i \xi}, \\ \rho &= \int_0^1 \exp[-2\pi i \xi(\tau, \xi_0)] d\xi_0, \end{aligned} \quad (105)$$

где

$$V = \frac{k_e e^2 \Pi}{m^2 \gamma_0^2 v_0 \omega_s \theta^2 \tilde{a}_p \tilde{a}_e} \equiv V^{(b)} - V^{(p)}, \quad (106)$$

$$\Delta = (\omega_s - \omega_e - \omega_p) \gamma_0^2 / \omega_s \theta.$$

Определим коэффициент преобразования энергии пучка в излучение как отношение энергии электромагнитной волны единицы длины волновода

$$W_e = \frac{1}{v_{ge}} \frac{c}{4\pi} \int_0^a E_{re} H_{\varphi e} 2\pi r dr$$

к кинетической энергии единицы длины пучка

$$W_b = N_b m c^2 (\gamma_0 - 1).$$

Введенный таким образом КПД связан с безразмерной амплитудой C_e соотношением

$$\eta = ((\gamma_0 + 1)/\gamma_0) \theta |C_e|^2. \quad (107)$$

Система уравнений (104),(105) имеет интеграл

$$|C_e|^2 - |C_p|^2 = \text{const}, \quad (108)$$

из которого следует, что нарастание электромагнитной волны сопровождается ростом плазменной волны накачки.

Из формулы (106) видно, что, как и в случае безграничной плазмы, коэффициент нелинейной связи содержит два слагаемых, которые соответствуют вкладам в генерацию излучения двух процессов. Первое слагаемое учитывает рассеяние волн плотности заряда плазмы на электронах пучка, в второе — соответственно рассеяние волн плотности заряда пучка на электронах плазмы. Причем, эти слагаемые имеют разные знаки. Физически это означает, что вынужденные нелинейные токи пучка и плазмы находятся в противофазе. Поэтому излучение энергии, например, электронами пучка сопровождается поглощением ее части электронами плазмы и наоборот в зависимости от соотношения между амплитудами нелинейных токов пучка и плазмы. Степень ослабления излучения зависит от геометрии системы, частоты волны накачки и энергии пучка. В наиболее интересном случае высоких частот излучения

$$\omega_e a / v_0 \gamma_0 \gg 1$$

выражение для коэффициента Π можно представить в виде

$$\Pi = J_0(\lambda_p \eta_0) J(\lambda_e \eta_0) \left[\frac{1}{\Omega_e^2} - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega_p^2 \omega_e^2} \frac{k_p}{k_s} \gamma_0^3 \right].$$

В случае релятивистского пучка

$$\gamma_0^3 \gg \omega_{Le}^2 / 8\omega_p^2, \quad \gamma_0 \gg 1,$$

доминирующим процессом является рассеяние плазменной волны на электронах пучка. Поглощением излучения электронами плазмы можно пренебречь, поскольку

$$V^{(p)} / V^{(b)} \simeq \omega_{Le}^2 / 8\omega_p^2 \gamma_0^3.$$

Если волна накачки настолько низкочастотная, что выполняется обратное неравенство, а именно $\omega_{Le}^2 / 8\omega_p^2 \gg \gamma_0^3$, то излучение определяется электронами плазмы.

Для нерелятивистского пучка наиболее сильное ослабление излучения и, соответственно, уменьшение коэффициента нелинейной связи имеют место, когда частота волны накачки близка к ленгмюровской частоте плазмы. В этом случае

$$V / V^{(b)} \simeq 3k_e v_0 / \omega_e \ll 1.$$

В общем случае систему уравнений (104), (105) можно решить только численными методами. Однако на начальной стадии неустойчивости, когда амплитуды колебаний малы и слабо возмущают траектории частиц пучка, уравнения можно упростить и записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \rho}{d\tau^2} + \rho &= -V C_e C_p C e^{i\Delta\tau}, \\ i \frac{dC_e}{d\tau} &= V \rho C_p^* \rho e^{-i\Delta\tau}, \\ i \frac{dC_p}{d\tau} &= V \rho C_e^* \rho e^{-i\Delta\tau}. \end{aligned} \quad (109)$$

В приближении заданной амплитуды плазменной волны первые два уравнения системы (109) становятся линейными. Подставив в эти уравнения

$$\rho = \rho_0 e^{\Gamma\tau}, \quad C_e = C_{e0} e^{i\Gamma\tau - i\Delta\tau},$$

находим следующее дисперсионное уравнение:

$$(\Gamma^2 - 1)(\Gamma - \Delta) = -V^2 |C_{p0}|^2. \quad (110)$$

Значение инкремента неустойчивости определяется параметром

$$P = V^2 |C_{p0}|^2. \quad (111)$$

Рассмотрим случай сильнооточного пучка или малых амплитуд волны накачки

$$P \ll 1, \quad (112)$$

когда необходим учет ВЧ пространственного заряда пучка. Инкремент в этом случае максимален при $\Delta = 1$ и оказывается равным

$$\text{Im } \Gamma = \sqrt{P/2}. \quad (113)$$

Этот инкремент соответствует распаду медленной волны плотности заряда пучка, энергия которой, как известно, отрицательна, на электромагнитную и плазменную волны. Условие $\Delta = 1$ является условием синхронизма между указанными волнами. Выражение для инкремента, переписанное в размерных единицах, имеет вид

$$\text{Im } \Gamma = \begin{cases} 4\gamma_0 \omega_e \frac{J_0(\lambda_e \eta_0) J_0(\lambda_p \eta_0) \lambda_e}{(k_s a)^2 J_1(\lambda_e)} \times \frac{ea_{p0}}{m\omega_e v_0} \left(\frac{4i_0}{i_A \gamma_0^2} k_s b \right)^{1/4}, & \gamma_0 \gg 1, k_p a \gamma_0 \gg 1, \\ 3\omega_e \frac{J_0(\lambda_e \eta_0) J_0(\lambda_p \eta_0) \lambda_e}{(k_s a)^2 J_1(\lambda_e)} \times \frac{ea_{p0}}{m\omega_e v_0} (2Q_b k_s b)^{1/4}, & \beta_0 \ll 1, k_p a \gg 1, \end{cases} \quad (114)$$

Здесь $Q_b = i_0(A)/U^{3/2}$ кэВ – первеанс пучка, $i_A = mc^3/e$. Откажемся теперь от приближения заданной волны накачки и учтем в рамках уравнений (109) обратное влияние ВЧ колебаний на плазменную волну. Подстановкой

$$\rho = \rho_s e^{i\tau},$$

где ρ_s – медленно меняющаяся амплитуда медленной волны плотности заряда пучка, уравнения (109) сводятся к стандартной системе

$$\begin{aligned} 2i \frac{d\rho_s}{d\tau} &= -VC_e C_p, \\ i \frac{dC_e}{d\tau} &= V\rho_s C_p^*, \\ i \frac{dC_p}{d\tau} &= V\rho_s C_e^*, \end{aligned} \quad (115)$$

описывающей начальную стадию взрывной неустойчивости [23]. Формально амплитуды взаимодействующих колебаний обращаются в бесконечность в некоторый момент времени τ_0 как $1/\sqrt{\tau_0 - \tau}$. В частном случае $\rho_s(\tau = 0) = 0$ выражение для характерного времени развития неустойчивости имеет вид

$$\tau_0 = K(\varkappa)/\sqrt{2V}|C_{p0}|, \quad (116)$$

где $K(\varkappa)$ – полный эллиптический интеграл,

$$K(\varkappa) = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-\varkappa^2 t^2)}} \approx \ln \frac{4}{\sqrt{1-\varkappa^2}},$$

$$1 - \varkappa^2 = |C_{e0}|^2/|C_{p0}|^2 \ll 1.$$

С точностью до логарифмического множителя характерное время развития взрывной неустойчивости совпадает с инкрементом, полученным в приближении заданной волны накачки.

Выше была исследована начальная стадия нелинейной неустойчивости в случае больших токов пучка или малых амплитуд волны накачки, когда необходим учет ВЧ пространственного заряда. Рассмотрим теперь обратный предельный случай, а именно, будем считать, что выполнено условие

$$P \gg 1. \quad (117)$$

В этом случае инкремент достигает максимального значения при $\Delta = 0$ и оказывается равным

$$\text{Im } \Gamma = (\sqrt{3}/2)P^{1/3}. \quad (118)$$

Инкремент (118) описывает модифицированный распад [24], когда в резонансе с комбинационной волной находятся как быстрая, так и медленная волны плотности заряда пучка. Для релятивистских и нерелятивистских пучков формула (118), записанная в размерных единицах, приобретает вид

$$\text{Im } \Gamma = \begin{cases} \sqrt{3} \left[2 \frac{i_0}{i_A \gamma_0} \left(\frac{ea_{p0}}{m\omega_e v_0} \right)^2 \times \frac{J_0^2(\lambda_e \eta_0) J_0^2(\lambda_p \eta_0) \lambda_e^2}{(k_s a)^4 J_1^2(\lambda_e)} \right]^{1/3} \omega_e, & \gamma_0 \gg 1, k_p a \gamma_0 \gg 1, \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \left[\frac{9}{2} Q \left(\frac{ea_{p0}}{m\omega_e v_0} \right)^2 \times \frac{J_0^2(\lambda_e \eta_0) J_0^2(\lambda_p \eta_0) \lambda_e^2}{(k_s a)^4 J_1^2(\lambda_e)} \right]^{1/3} \omega_e, & \beta_0 \ll 1, k_p a \gg 1, \end{cases} \quad (119)$$

Исследуем теперь в приближении заданной амплитуды волны накачки нелинейную стадию модифицированного распадного процесса. Условие (117)

позволяет пренебречь в уравнении движения частиц пучка (105) вторым слагаемым, которое учитывает поле ВЧ пространственного заряда. Тогда после замены

$$C_e = \tilde{C}_e P^{1/6}, \tau = \tilde{\tau} / P^{1/3}, \nu = \tilde{\nu} P^{1/3}$$

систему уравнений (104) (105) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{C}_e}{d\tilde{\tau}} &= \int_0^1 e^{-2\pi i \xi} d\xi_0, \\ \frac{d\tilde{\nu}}{d\tilde{\tau}} &= \tilde{C}_e e^{2\pi i \xi}, \\ \frac{d\xi}{d\tilde{\tau}} &= -\frac{\tilde{\nu}}{2\pi}. \end{aligned} \quad (120)$$

Результаты численного интегрирования системы уравнений (120) приведены, например, в работе [9], в которой изучалось взаимодействие моноэнергетического электронного пучка с плазменной волной. Согласно уравнениям (120), экспоненциальный рост на начальной стадии неустойчивости сменяется осцилляциями амплитуды, которые обусловлены фазовыми колебаниями захваченных комбинационной волной ступков электронного пучка. Максимальное значение, которого достигает безразмерная амплитуда, равно, примерно, 1.5. Для коэффициента преобразования энергии пучка в излучение в соответствии с формулой (107) имеем следующее выражение:

$$\eta \simeq 2(\gamma_0 + 1)\gamma_0^{-1}\theta P^{1/3}. \quad (121)$$

Проведенное выше рассмотрение справедливо, когда амплитуда плазменной волны меняется незначительно. Такое предположение оправдано, если выполнено следующее условие на амплитуду волны накачки:

$$|C_{p0}|^2 \gg P^{1/3}, \quad (122)$$

которое легко получить, используя интеграл (108). Неравенство (122) ограничивает снизу допустимое значение амплитуды плазменной волны, при которой справедливо приближение заданной волны накачки. Если выполняется обратное неравенство, то параметрическая неустойчивость будет приводить к существенному росту плазменной волны.

4.3. Накачка обратной плазменной волной

В данном разделе рассматривается параметрическая неустойчивость в случае плазменной волны, распространяющейся навстречу пучку. Взаимодействующие колебания плазменного волновода удовлетворяют следующему условию синхронизма с электронным пучком (см. рис. 16)

$$\omega_e - \omega_p = (k_e + k_p)v_0. \quad (123)$$

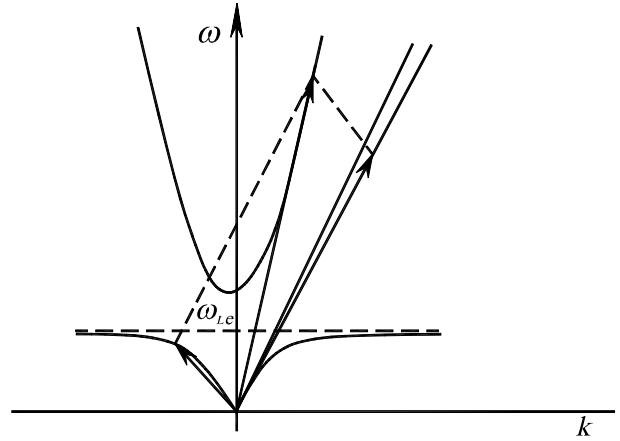


Рис. 16. Дисперсионная диаграмма в случае обратной плазменной волны накачки.

Самосогласованная система нелинейных уравнений, описывающая возбуждение излучения электронным пучком при накачке обратной плазменной волной, имеет вид

$$\begin{aligned} i\frac{dC_p}{d\tau} &= V\rho C_p e^{-i\Delta\tau}, \\ i\frac{dC_p}{d\tau} &= V\rho^* C_e e^{i\Delta\tau}, \\ \frac{d\nu}{d\tau} &= i(\rho + VC_e C_p^* e^{i\Delta\tau}) e^{2\pi i \xi}, \\ \frac{d\xi}{d\tau} &= -\frac{\nu}{2\pi}, \quad \rho = \int_0^1 e^{-2\pi i \xi} d\xi_0. \end{aligned} \quad (124)$$

Здесь

$$\Delta = (\omega_s + \omega_p - \omega_e)\gamma_0^2 / \omega_s \theta.$$

Остальные обозначения, а также определения безразмерных переменных приведены в предыдущем разделе.

Система уравнений (124) имеет интеграл

$$|C_e|^2 + |C_p|^2 = \text{const}, \quad (125)$$

согласно которому увеличение амплитуды электромагнитной волны сопровождается затуханием плазменной волны накачки.

При небольших амплитудах колебаний, когда справедливо гидродинамическое описание пучка, система уравнений (124) упрощается и принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2\rho}{d\tau^2} + \rho &= -VC_e C_p^* e^{i\Delta\tau}, \\ i\frac{dC_e}{d\tau} &= V\rho C_p e^{-\Delta\tau}, \\ i\frac{dC_p}{d\tau} &= V\rho C_e^* e^{-\Delta\tau}. \end{aligned} \quad (126)$$

В приближении заданной амплитуды плазменной волны из системы уравнений (126) следует дисперсионное уравнение (110), которое исследовано в

разд. 2.2,4.2. При малой амплитуде волны накачки или плотного пучка, когда $P \ll 1$, инкремент (113) в рассматриваемом случае характеризует начальную стадию процесса слияния плазменной и медленной пучковой волн. Обратное влияние ВЧ колебаний на плазменную волну можно учесть в рамках укороченных уравнений:

$$\begin{aligned} 2i \frac{d\rho_s}{d\tau} &= -VC_e C_p^*, \\ i \frac{dC_e}{d\tau} &= C\rho_s C_P, \\ i \frac{dC_p}{d\tau} &= V\rho_s^* C_e. \end{aligned} \quad (127)$$

В частном случае $\rho_s(\tau = 0) = 0$ решение системы (127) выражается, через эллиптические функции:

$$\begin{aligned} R_e^2 &= R_{e0}^2 \\ &+ R_{p0}^2 [1 - \text{sn}^2(K(\varkappa) - (1/\sqrt{2})VR_0\tau, \varkappa)], \\ R_p^2 &= R_{p0}^2 \text{sn}^2(K(\varkappa) - (1/\sqrt{2})VR_0\tau, \varkappa), \\ R_s^2 &= R_{p0}^2 [1 - \text{sn}^2(K(\varkappa) - (1/\sqrt{2})VR_0\tau, \varkappa)], \end{aligned} \quad (128)$$

где $R_{p0,c0} = |C_{p0,c0}|$, $R_0^2 = R_{p0}^2 + R_{e0}^2$, $\varkappa^2 = R_{p0}^2/R_0^2$, $K(\varkappa)$ – полный эллиптический интеграл.

На начальной стадии неустойчивости имеет место рост электромагнитной и медленной пучковой волн, а амплитуда плазменной волны убывает и в момент времени $\tau_0 = \sqrt{2}K(\varkappa)/VR_0$ обращается в нуль. Затем направление процесса меняется. Распад электромагнитной волны на плазменную и медленную пучковую волны приводит к затуханию пучковой и росту плазменной волны.

В случае слаботочного пучка ($P \gg 1$) в приближении заданной волны накачки неустойчивость, как и при накачке прямой плазменной волной, стабилизируется захватом пучка комбинационной волной. Условие применимости приближения заданной волны накачки совпадает с (122). Если это условие не выполнено, то насыщение неустойчивости произойдет вследствие истощения волны накачки.

Таким образом, проведенное в работе рассмотрение показало, что за генерацию электронным пучком электромагнитного излучения ответственны два процесса: рассеяние волн плотности заряда пучка на электронах плазмы и рассеяние волн плотности заряда плазмы на электронах пучка. Нелинейные токи пучка и плазмы находятся в противофазе. Поэтому излучение нелинейного тока, наведенного в электронном пучке, сопровождается поглощением части энергии излучения нелинейным током плазмы и наоборот в зависимости от соотношения между амплитудами нелинейных токов пучка и плазмы. Для релятивистских пучков влияние электронов плазмы на генерацию излучения несущественно. В случае нерелятивистских пучков

происходит заметная компенсация нелинейных токов пучка и плазмы, что приводит к существенному ослаблению излучения и уменьшению инкрементов неустойчивостей.

Характер изменения амплитуды плазменной волны накачки под действием ВЧ колебаний определяется направлением плазменной волны относительно пучка. В случае прямой волны накачки в процессе неустойчивости ее амплитуда увеличивается. Если волна накачки распространяется навстречу пучку, то возбуждение излучения сопровождается истощением плазменной волны.

Заметим, что в рассматриваемой системе возможно рассеяние симметричной плазменной волны не только в симметричные, но также и в несимметричные электромагнитные волны. Поскольку амплитуда продольной компоненты электрического поля несимметричных волн на оси волновода обращается в нуль, то в случае пучка малого радиуса ($b \ll a$) инкременты таких процессов меньше инкрементов возбуждения симметричной электромагнитной волны. Укажем также, что наряду с высокочастотными электромагнитными волнами условиям синхронизма (87),(123) могут удовлетворять и сравнительно низкочастотные волны, распространяющиеся навстречу пучку. Однако излучение таких процессов требует дополнительного рассмотрения.

5. Вынужденное рассеяние плазменной волны на релятивистском электронном пучке в периодически неоднородной плазме

Как показано ниже, инкременты неустойчивостей и эффективность процессов рассеяния в значительной степени определяются амплитудой внешней волны накачки. Представляет интерес использование электронного потока одновременно как для возбуждения волны накачки, так и для рассеяния на нем этой волны.

Этот процесс может быть реализован при взаимодействии потока заряженных частиц с плазмой, плотность которой периодически изменяется в пространстве. Действительно, линейная черенковская неустойчивость будет приводить к возбуждению интенсивной ленгмюровской волны. Такая волна не может быть непосредственно использована в качестве волны накачки, поскольку ее фазовая скорость близка к скорости потока. Однако для этой цели могут быть использованы пространственные гармоники ленгмюровской волны, возникающие в плазме вследствие периодической неоднородности

ее плотности. Рассеяние пространственных гармоник на частицах потока будет приводить к возбуждению коротковолнового излучения. Такой процесс и будет изучаться в настоящем разделе.

5.1. Постановка задачи. Основные уравнения

Пусть в безграничной плазме вдоль оси z движется моноэнергетический электронный поток. Плотность плазмы изменяется в пространстве по периодическому закону

$$n + p = n_0(1 + 2h \cos \mathbf{q}\mathbf{r}), \quad (129)$$

где $\mathbf{q} = (q_x, 0, q_z)$, h – глубина модуляции плотности. В дальнейшем будем считать для простоты, что $h \ll 1$. Система помещена во внешнее магнитное поле, силовые линии которого параллельны направлению движения потока. Электроны потока и плазмы будем считать замагниченными (движение одномерно).

Электромагнитное поле в рассматриваемой системе описывается следующим волновым уравнением:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\Delta_{\perp} + \square_{\parallel})E_z + \omega_{pl}^2 \square_{\parallel}(1 + 2h \cos \mathbf{q}\mathbf{r})E_z = 4\pi \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial j_b}{\partial t} + \frac{\partial \rho_b}{\partial z} \right). \quad (130)$$

Здесь E_z – продольная компонента электрического поля, $\omega_{pl}^2 = 4\pi n_0 e^2 / m$ – электронная плазменная частота, j_b , ρ_b – плотности тока и зарядов пучка, c – скорость света в вакууме, $\Delta_{\perp} = \partial^2 / \partial x^2$, $\square_{\parallel} = \partial^2 / \partial z^2 - \partial^2 / c^2 \partial t^2$.

Будем искать решение волнового уравнения (130) в виде

$$E_z = A_p(t) \exp(ik_p z - i\omega_e t) + A_+(t) \times \exp(i\mathbf{k}_+ \mathbf{r} - i\omega_{pt}) + A_-(t) \exp(i\mathbf{k}_- \mathbf{r} - i\omega_{pt}) + A_e(t) \exp(i\mathbf{k}_e \mathbf{r} - i\omega_e t), \quad (131)$$

A_p – амплитуда плазменной волны, k_p , ω_p – ее волновое число и частота соответственно, A_+ , A_- – амплитуды пространственных гармоник плазменной волны с суммарным $\mathbf{k}_+ = \mathbf{k}_p + \mathbf{q}$ и разностным $\mathbf{k}_- = \mathbf{k}_p - \mathbf{q}$ волновыми векторами, A_e , ω_e , \mathbf{k}_e – соответственно амплитуда, частота и волновой вектор коротковолновой электромагнитной волны. Все указанные амплитуды медленно изменяются со временем.

Пусть плазменная волна, которая распространяется вдоль оси z , находится в черенковском резонансе с пучком:

$$\omega_p = \mathbf{k}_p \mathbf{v}_0. \quad (132)$$

Как известно, в этих условиях инкремент черенковской неустойчивости максимален. Будем также считать, что в комбинационном синхронизме

с потоком находятся пространственные гармоники плазменной волны и электромагнитная волна:

$$\begin{aligned} \omega_e + \omega_p &\approx (\mathbf{k}_e + \mathbf{k}_+) \mathbf{v}_0, \\ \omega_e - \omega_p &\approx (\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_-) \mathbf{v}_0. \end{aligned} \quad (133)$$

Поскольку фазовая скорость пространственной гармоники (+) в направлении движения потока меньше его скорости, то в синхронизме с потоком находится комбинационная волна с суммарной частотой (аномальный тип рассеяния [5, 28]). Пространственная гармоника (–) в зависимости от соотношения между k_p и q_z распространяется либо навстречу потоку, либо в направлении движения, но быстрее потока ($\omega_p / k_{-z} > v_0$). Поэтому в этом случае в резонансе с потоком находится комбинационная волна с разностной частотой (нормальное рассеяние).

Предположим для простоты, что $\mathbf{k}_{e\perp 1,2} = \mathbf{k}_{e\perp} \pm \mathbf{k}_{\pm\perp} = 0$, т.е. будем рассматривать случай, когда комбинационные волны распространяются вдоль потока. Тогда из соотношений (133) следует, что рассеяние пространственных гармоник ленгмюровской волны на пучке будет приводить к возбуждению излучения с частотой

$$\omega_e \approx 2\gamma_0^2 q_z c, \quad \omega_e \gg \omega_p, \quad \gamma_0 = (1 - v_0^2/c^2)^{-1/2}. \quad (134)$$

После подстановки (131) в волновое уравнение (130) нетрудно получить следующую систему уравнений для амплитуды взаимодействующих колебаний:

$$\begin{aligned} D'_e \frac{\partial A_e}{\partial t} &= \frac{\omega_{b\parallel}^2}{\Omega_e^2} \chi_e^2 (\rho_1 A_+^* e^{i\delta_1 t} + \rho_2 A_- e^{i\delta_2 t}), \\ A_+ &= -h \frac{\chi_+^2}{q_x^2} A_p - \frac{\omega_{b\parallel}^2}{\Omega_e^2} \frac{\chi_+^2}{q_x^2} A_e^* \rho_1 e^{i\delta_1 t}, \\ A_- &= -h \frac{\chi_-^2}{q_x^2} A_p - \frac{\omega_{b\parallel}^2}{\Omega_e^2} \frac{\chi_-^2}{q_x^2} A_e \rho_2^* e^{i\delta_2 t}, \\ 2i \frac{\partial A_p}{\partial t} &= h\omega_p (A_+ + A_-) + \frac{4\pi i e n_p \omega_p}{k_p} \rho_0, \end{aligned} \quad (135)$$

где

$$\rho_{1,2} = \frac{k_{l1,2}}{2\pi} \int_0^{2\pi/k_{l1,2}} e^{-ik_{l1,2} z_L + i\omega_{l1,2} t} dz_0 \quad (136)$$

– нормированное возмущение плотности потока частиц на суммарной и разностной частотах $\omega_{l1,2} = \omega_e \pm \omega_p$, $k_{l1,2} = \omega_{l1,2} / v_0 = k_{ez} \pm k_{\pm z}$,

$$\rho_0 = \frac{k_p}{2\pi} \int_0^{2\pi/k_p} e^{-ik_p z_L + i\omega_p t} dz_0 \quad (137)$$

– возмущение плотности потока, обусловленное ленгмюровской волной. Интегрирование в (136),

(137) проводится по начальным положениям частиц пучка, z_L – траектория частицы, потока, которая в момент времени $t = 0$ находится в точке $z_L = z_0$, $\delta_1 = \omega_{l1} - \omega_p - \omega_e$, $\delta_2 = \omega_{l2} + \omega_p - \omega_e$ – частотные настройки, $D_e = \chi_e^2 - q_x^2$, $D' \equiv \partial D / \partial \omega$, $\omega_{b\parallel} = (4\pi n_b e^2 / m \gamma_0^3)^{1/2}$ – ленгмюровская частота пучка, $\varepsilon_e = 1 - \omega_{pe}^2 / \omega_e^2$, $\Omega_e = \omega_e - k_{ez} v_0$, $\chi_\alpha^2 = \omega_\alpha^2 / c^2 - k_{\alpha z}^2$, $\alpha = e, +, -$.

Отметим, что поскольку пространственные гармоники плазменной волны не являются собственными колебаниями однородной плазмы, то их амплитуды связаны с амплитудами взаимодействующих колебаний алгебраическими соотношениями.

Систему уравнений для амплитуд волн необходимо дополнить уравнениями движения частиц пучка в лагранжевых переменных

$$\begin{aligned} \frac{dz_L}{dt} &= v_L, \\ \frac{dp_L}{dt} &= -i \left(\frac{e^2 k_{l1}}{m \gamma_0^3 \Omega_e^2} A_e A_+ e^{-i\delta_1 t} + \frac{4\pi e^2 n_b}{k_{l1}} \rho_1 \right) e^{ik_{l1} z_L - i\omega_{l1} t} - \\ & i \left(\frac{e^2 k_{l2}}{m \gamma_0^3 \Omega_e^2} A_e A_- e^{-i\delta_2 t} + \frac{4\pi e^2 n_b}{k_{l2}} \rho_2 \right) \times \\ & e^{ik_{l2} z_L - i\omega_{l2} t} - e A_p e^{ik_p z_L - i\omega_p t} + \dots \end{aligned} \quad (138)$$

В уравнении (138) учтено действие на частицы пучка ВЧ полей пространственного заряда.

Для дальнейшего анализа удобно перейти к безразмерным переменным

$$\begin{aligned} \tau &= \omega_p \theta t, & C_{e,p} &= \frac{A_{e,p}}{A_*}, \\ A_* &= \frac{m v_0 \omega_p \gamma_0^3 \theta^2}{e}, & \nu_L &= \frac{p_L - p_0}{p_0 \theta \gamma_0^2}, \\ \xi_L &= \frac{1}{2\pi} k_p (z_L - v_0 t), & \theta &= \frac{1}{\gamma_0} \left(\frac{n_b}{2n_p} \right)^{1/3}. \end{aligned} \quad (139)$$

В этих переменных систему уравнений (135), (138) после исключения из нее амплитуд пространственных гармоник можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial C_e}{\partial \tau} &= -(W_1 \rho_1 C_p^* e^{i\Delta_1 \tau} + W_2 \rho_2 C_p e^{i\Delta_2 \tau}), \\ i \frac{\partial C_p}{\partial \tau} &= -(V_1 \rho_1 C_e^* e^{i\Delta_1 \tau} + V_2 \rho_2^* C_e e^{-i\Delta_2 \tau}) + i \rho_0, \\ \frac{dv_L}{d\tau} &= i \left(V_1 \alpha C_e C_p e^{-i\Delta_1 \tau} - 2 \frac{\theta}{\alpha} \rho_1 \right) e^{(s+1)2\pi i \xi_L} \\ & + i \left(V_2 \alpha C_e C_p^* e^{-i\Delta_2 \tau} - 2 \frac{\theta}{\alpha} \rho_2 \right) \times \\ & \times e^{(s-1)2\pi i \xi_L} - C_p e^{2\pi i \xi_L}, \end{aligned} \quad (140)$$

$$\frac{d\xi_L}{d\tau} = \frac{v_L}{2\pi}.$$

$$\begin{aligned} \text{Здесь } \rho_{1,2} &= (s \pm 1) \int_0^{1/(s \pm 1)} \exp(-2\pi i (s \pm 1) \xi_L) d\xi_0, \\ \rho_0 &= \int_0^1 \exp(-2\pi i \xi_L) d\xi_0, \quad V_{1,2} = \frac{h \omega_{b\parallel}^2 \chi_\pm^2}{2 \Omega_e^2 q_x^2 \theta}, \quad W_{1,2} = \\ & 2 \frac{\chi_e^2 V_{1,2}}{\omega_p D'_{\omega_e}}, \quad \alpha = \frac{k_{ez} v_0}{\omega_p} \approx s, \quad s = \frac{k_{ez} + q}{k_p}, \quad \Delta_{1,2} = \frac{\delta_{1,2}}{\omega_p \theta}. \end{aligned}$$

Таким образом, мы получили самосогласованную систему нелинейных уравнений, описывающую процесс преобразования ленгмюровской волны в электромагнитное излучение.

5.2. Анализ полученных уравнений

В общем случае решение системы (140) можно найти только численными методами. Ниже мы ограничимся исследованием начальной стадии процесса, когда амплитуды колебаний малы и колебания слабо возмущают движение частиц потока. В этом случае систему уравнений (140) можно упростить и представить в виде

$$i \frac{\partial C_e}{\partial \tau} = -(W_1 \rho_1 C_p^* e^{i\Delta_1 \tau} + W_2 \rho_2 C_p e^{i\Delta_2 \tau}), \quad (141)$$

$$i \frac{\partial C_p}{\partial \tau} = -(V_1 \rho_1 C_e^* e^{i\Delta_1 \tau} + V_2 \rho_2 C_e e^{-i\Delta_2 \tau}) + i \rho_0, \quad (142)$$

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial \tau^2} + 2\theta \rho_1 = V_1 \alpha^2 C_e C_p e^{-i\Delta_1 \tau}, \quad (143)$$

$$\frac{\partial^2 \rho_2}{\partial \tau^2} + 2\theta \rho_2 = V_2 \alpha^2 C_e C_p e^{-i\Delta_2 \tau}, \quad (144)$$

$$\frac{\partial^2 \rho_0}{\partial \tau^2} = i C_p. \quad (145)$$

Отметим, что уравнения (143), (144) описывают нелинейное возбуждение волн плотности заряда потока колебаниями плазмы.

При малых амплитудах электромагнитной волны и волн плотности заряда потока:

$$|V_{1,2} \rho_{1,2} C_e| \ll |C_p| \quad (146)$$

их влиянием на возбуждение потоком плазменной волны можно пренебречь. В этом приближении в соответствии с уравнениями (142), (145), описывающими линейную стадию плазменно-пучковой неустойчивости, амплитуда ленгмюровской волны растет по экспоненциальному закону:

$$C_p = C_{p0} e^{\Gamma \tau + i\tau/2}, \quad \Gamma = \sqrt{3}/2. \quad (147)$$

Исследуем динамику возбуждения электромагнитного излучения при накачке растущей ленгмюровской волной (147). Как известно, характер параметрического процесса возбуждения электромагнитного излучения определяется соотношением между амплитудами волн накачки и волны плотности заряда потока. При малых амплитудах волны

накачки (плотный поток) существенную роль играет поле объемного ВЧ заряда потока. В этом случае реализуется рамановский режим рассеяния. При достаточно больших значениях амплитуды волны накачки, когда влиянием ВЧ заряда потока можно пренебречь, имеет место модифицированный распад. В рассматриваемом нами случае нарастающей волны будет происходить смена режимов возбуждения излучения: рамановский режим со временем должен смениться модифицированным распадом.

Система уравнений, описывающая в рассматриваемом приближении процесс возбуждения излучения, имеет вид

$$i \frac{\partial C_e}{\partial t} = -W_1 \rho_1 C_{p0} e^{\Gamma\tau + i(\Delta_1 - 1/2)\tau} - W_2 \rho_2 C_{p0} e^{\Gamma\tau + i(\Delta_1 + 1/2)\tau}, \quad (148)$$

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial \tau^2} + 2\theta \rho_1 = V_1 \alpha^2 C_e C_{p0} e^{\Gamma\tau - i(\Delta_1 - 1/2)\tau}, \quad (149)$$

$$\frac{\partial^2 \rho_2}{\partial \tau^2} + 2\theta \rho_2 = V_2 \alpha^2 C_e C_{p0} e^{\Gamma\tau - i(\Delta_2 + 1/2)\tau}. \quad (150)$$

Начнем исследованию системы уравнений (148)–(150) с рамановского режима. Подставив в эти уравнения

$$\rho_{1,2} = b_{1,2}(\tau) \exp i\tau\sqrt{2\theta}, \quad (151)$$

где $b_{1,2}$ – медленно изменяющиеся амплитуды медленных ($\omega_{1,2}/k_{1,2} < v_0$) волн плотности заряда потока

$$\left| \frac{1}{b_{1,2}\sqrt{2\theta}} \frac{\partial b_{1,2}}{\partial \tau} \right| \ll 1, \quad (152)$$

получим следующую систему укороченных уравнений для амплитуд взаимодействующих колебаний:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial b_1}{\partial \tau} &= \frac{V_1 \alpha^2}{2\sqrt{2\theta}} C_{p0} C_e e^{\Gamma\tau}, \\ i \frac{\partial b_2}{\partial \tau} &= \frac{V_2 \alpha^2}{2\sqrt{2\theta}} C_{p0} C_e e^{\Gamma\tau}, \\ i \frac{\partial C_e}{\partial \tau} &= -(W_1 C_{p0} b_1 + W_2 C_{p0} b_2) e^{\Gamma\tau}. \end{aligned} \quad (153)$$

При получении уравнений (153) предполагалось, что выполнены условия временного синхронизма для взаимодействующих волн: $\Delta_1 - 1/2 + \sqrt{2\theta} = 0$, $\Delta_2 + 1/2 + \sqrt{2\theta} = 0$. После замены независимой переменной $\xi = \exp \Gamma\tau$ решение системы (153) легко находится. Так, например,

$$C_e = C_{e0} \exp[\gamma(\xi - 1)\Gamma], \quad (154)$$

где $\gamma = \alpha C_{p0} \sqrt{(W_1 V_1 + W_2 V_2)/2\sqrt{2\theta}}$ – инкремент параметрической неустойчивости при накачке волной с постоянной амплитудой.

Необходимо отметить, что характерные времена, для которых справедливо решение (154), ограничены неравенством (152), которое можно представить в виде

$$\frac{\gamma}{\sqrt{2\theta}} \xi = \frac{\gamma}{\sqrt{2\theta}} e^{\Gamma\tau} \ll 1. \quad (155)$$

Это неравенство ограничивает сверху время существования рамановского режима. Скоротечный рамановский режим с ростом амплитуды ленгмюровской волны, как уже отмечалось выше, переходит в режим модифицированного распада. В этом случае выполняется неравенство противоположное (155), а именно $(\gamma/\sqrt{2\theta}) \exp \Gamma\tau \gg 1$.

Пренебрегая в уравнениях (149), (150) слагаемыми, учитывающими пространственный ВЧ заряд пучка, а также расстройками $\Delta_{1,2}$, после замены $\xi = (\varkappa/\Gamma)^{3/2} \exp \Gamma\tau$, где $\varkappa = [\alpha^2 C_{p0}^2 (W_1 V_1 + W_2 V_2)]^{1/3}$, получим следующее уравнение, описывающее модифицированный распадный процесс:

$$\xi \frac{d^3 C_e}{d\xi^3} + \frac{d^2 C_e}{d\xi^2} - i C_e = 0. \quad (156)$$

Нетрудно убедиться, что при больших ξ ($\xi \gg 1$) нарастающее решение этого уравнения имеет асимптотическое представление

$$\begin{aligned} C_e &\sim \frac{1}{\xi^{1/3}} \exp\left(\frac{3}{2} \xi^{2/3} \exp i\frac{\pi}{6}\right) \\ &\sim \exp\left[\frac{3}{2} \frac{\varkappa}{\Gamma} \exp\left(\frac{2}{3} \xi\tau + i\frac{\pi}{6}\right)\right], \end{aligned} \quad (157)$$

из которого следует, что в режиме модифицированного распада амплитуда электромагнитной волны растёт медленнее, чем в рамановском режиме.

6. Заключение

Проведенное в работе исследование процессов возбуждения коротковолнового электромагнитного излучения при коллективном параметрическом взаимодействии электронного пучка с монохроматической плазменной волной показало, что в основе этого взаимодействия лежат элементарные процессы нормального и аномального рассеяния плазменной волны накачки на отдельных электронах и эффект параметрического черенковского излучения, который имеет место при движении зарядов в периодически неоднородной среде [7].

Взаимодействие электронного электронного пучка с попутной плазменной волной накачки связано с эффектом аномального рассеяния и параметрического черенковского излучения, в то время как при взаимодействии со встречной плазменной волной – с комбинацией эффектов нормального рассеяния и параметрического черенковского излучения. Причем эффекты нормального и аномального рассеяния конкурируют с эффектом параметри-

ческого черенковского излучения. Для нерелятивистских скоростей имеет место сильная конкуренция указанных процессов и существенное уменьшение инкрементов возбуждения коротковолнового электромагнитного излучения. В релятивистском случае роль нормального или аномального рассеяния становится определяющей. В случае попутной волны на нелинейной стадии неустойчивости рост амплитуды коротковолновой электромагнитной волны сопровождается ростом амплитуды волны накачки, т.е. неустойчивость имеет "взрывной" характер. Нелинейная стадия рассеяния встречной плазменной волны характеризуется уменьшением амплитуды плазменной волны накачки. При больших амплитудах плазменной волны накачки механизм стабилизации процесса вынужденного рассеяния плазменной волны является захват частиц пучка полем комбинационной волны.

В приближении заданного тока рассмотрен процесс возбуждения коротковолнового излучения при рассеянии плазменной волны на модулированном электронном пучке с конечными поперечными размерами. Показано, что дифракционная расходимость электромагнитного волнового пучка приводит к замедлению роста амплитуды волнового пучка.

Исследована неустойчивость ленточного пучка, возникающая при вынужденном рассеянии на нем плазменной волны накачки. Аналитическими и численными методами показано, что пучок оказывает фокусирующее воздействие на возбуждаемое коротковолновое излучение, которое в конечном счете приводит к формированию волноводного режима распространения излучения. При больших уровнях мощности коротковолнового электромагнитного излучения существенную роль начинает играть нелинейность плазмы. В частности может проявляться эффект нелинейной самофокусировки. Исследован процесс нелинейной самофокусировки излучения при вынужденном рассеянии плазменной волны накачки на РЭП. Показано, что процесс фокусировки излучения имеет две стадии. На первой стадии происходит линейная фокусировка излучения ограниченным в поперечном направлении РЭП, а на второй, которая имеет место при достижении коротковолновой электромагнитной волной достаточно высокого уровня мощности, вступает в силу эффект нелинейной самофокусировки, обусловленный релятивизмом движения электронов плазмы в поле излучения.

Рассмотрен процесс возбуждения коротковолнового излучения тонким ленточным пучком в плазме, имеющей полость с пониженной плотностью, в которой распространяется пучок. Показано, что полость в плазме для коротковолнового излучения является волноводом, в котором может распространяться конечное число мод. Получено дисперсионное уравнение и определены инкременты неустой-

чивости.

Исследован процесс вынужденного рассеяния плазменной волны на РЭП в замагниченном плазменном волноводе. Рассмотрен случай, когда плазменная волна накачки распространяется как вдоль, так и навстречу пучку.

Рассмотрен процесс возбуждения коротковолновой электромагнитной волны в периодической неоднородной плазме в условиях развития плазменно-пучковой неустойчивости. Механизмом возбуждения излучения является вынужденное рассеяние пространственных гармоник нарастающей плазменной волны на электронном пучке. Показано, что с ростом амплитуды плазменной волны рамановской режим рассеяния сменяется режимом модифицированного распада.

Поступила в редакцию 5 июля 2005 г.

Список литературы

- [1] Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Петелин М.И. и др. // В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. – Горький: ИПФ АН СССР. – 1979. – С. 148–217.
- [2] Мирошниченко В.И., Файнберг Я.Б. // В кн.: Проблемы современной теоретической физике. – Киев: Наук. Думка. – 1982. – С. 140–153.
- [3] Вынужденное рассеяние электромагнитных волн на релятивистском электронном пучке (лазеры на свободных электронах) / Карбушев Н.И., Рухадзе А.А. и др. Препринт N 84, ФИАН СССР. – М.: – 1982.
- [4] Франк И.М. // Ядер. физика. – 1968. – Т. 7. – С. 100.
- [5] Буц В.А., Мирошниченко В.И., Огневенко В.В. // ЖТФ. – 1980. – Т. 50, Вып. 10. – С. 2257–2259.
- [6] Гайлитис А., Цытович В.Н. // ЖЭТФ. – 1964. – Т. 46. – С. 1726.
- [7] Файнберг Я.Б., Хижняк Н.А. // ЖЭТФ. – 1957. – Т. 32. – С. 883.
- [8] Kato K.G., Benford G., Tzsch D. // Phys. Fluids. – 1983. – V. 26. – P. 3636.
- [9] Онищенко И.Н., Линейкий Д.Р. Мациборко Н.Г., Шапиро В.Д., Шеченко В.И. и др. // Письма в ЖЭТФ. – 1970. – Т. 12, N 12. – С. 407.
- [10] Силян В.П. Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму. – М.: Наука. – 1974.

- [11] Галеев А.А., Сагдеев Р.З. Вопросы теории плазмы. – М.: Атомиздат. – 1973. – Вып. 3. – С. 3.
- [12] Ситенко А.Г. Флуктуации и нелинейное взаимодействие волн в плазме. – Киев: Наук. Думка. – 1977.
- [13] Альтеркоп Б.А., Волокитин А.С., Шапиро В.Д., Шевченко В.И. // Письма в ЖЭТФ. – 1973. – Т. 18. – С. 46.
- [14] Литвак А.Г., Петрухина В.И., Трахтенгерц В.Ю. // Письма в ЖЭТФ. – 1973. – Т. 18. – С. 190.
- [15] Реутов В.П. // Журн. техн. физики. – 1979. – Т. 49. – С. 902.
- [16] Гинзбург Н.С., Ковалев И.Ф. Канализация излучения ленточных релятивистским электронным пучком в ЛСЭ с плоским ондулятором // Письма в ЖТФ. – 1987. – Т. 13, N 5. – С. 274–277.
- [17] Гинзбург Н.С., Сергеев А.С. Канализация излучения сильноточными электронными пучками в релятивистском убитронах и МЦР // Тез. докл. VII Всесоюзного симпозиума по сильноточной электронике. Ч I. Томск. – 1988. – С. 223–225.
- [18] Балакирев В.А., Толстолужский А.П. Возбуждение излучения при рассеянии волн плотности заряда электронного пучка на ионно-звуковых колебаниях плазменного волновода // Изв. вузов. Радиофизика. – 1981. – Т. 34, Вып. 10. – С. 216–226.
- [19] Кондратенко А.Н. Двумерная неустойчивость электронного пучка в плазме // Письма в ЖТФ. – 1987. – Т. 13, Вып. 23. – С. 1462–1464.
- [20] Бреховский Л.М. Волны в слоистых средах. – М.: Наука. – 1973. – 343 с.
- [21] Луговой В.Н., Прохоров А.М. Теория распространения мощного лазерного излучения в нелинейной среде // УФН – 1973. – Т. III, Вып. 2. – С. 203–247.
- [22] Хора Х. Физика лазерной плазмы – М.: Энергоатомиздат. – 1986.
- [23] Рабинович М.И., Реутов В.П. // Изв. вузов. Радиофизика. – 1973. – Т. 6, N 6. – С. 815.
- [24] Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Петелин М.И. и др. // ЖЭТФ. – 1979. – Т. 79, N 3. – С. 839.
- [25] Генераторы когерентного излучения на свободных электронах. Под ред. Рухадзе А.А. – М.: Мир. – 1983.
- [26] Федоров М.В. // УФН – 1981. – Т. 135, Вып. 1. – С. 213–236.
- [27] Файберг Я.Б. // Физика плазмы. – 1985. – Т. 11, Вып. 11. – С. 1398–1410.
- [28] Огневенко В.В. // Радиотехника и электроника. – 1982. – Т. 27, N 9. – С. 1818–1824.
- [29] Бутузов В.В., Захаров В.П., Кулиш В.В. // Радиотехника и электроника. – 1984. – Т. 11, N 9. – С. 2192.
- [30] Carmel Y., Granatstein V.L., Cover A. // Phys. Rev. Lett. – 1983. – V. 51, N 7. – P. 566–570.
- [31] Губанов В.П., Коровин С.Д., Ростов В.В., Сморгонский А.В. // Письма в ЖТФ. – 1985. – Т. 11, Вып. 2. – С. 93–97.
- [32] Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Новожилова Ю.В., Сергеев А.С. // Письма в ЖТФ. – Вып. 8. – С. 504–509.
- [33] Кузелев М.В., Панин В.А., Рухадзе А.А. // Препринт N 28. ФИАН СССР. – М.: – 1984.
- [34] Балакирев В.А. // Изв. вузов. Радиофизика. – 1982. – Т. 10. – С. 1198.