

Нелинейная динамика убитронного автогенератора с запаздывающей обратной связью

Содержание

1. Введение	186
2. Физическая модель. Основные уравнения	186
3. Стартовые токи автогенератора	189
4. Результаты численных расчетов	192
5. Заключение	192

Abstract

The theory of a ubitron autogenerator with external back is constructed. Start currents of the autogenerator is determined for its different parameters. Requiems of microwave generation are investigated for different currents of a relativistic electron beam.

1. Введение

В последнее время уделяется много внимания к мощным микроволновым генераторам, в которых используются коаксиальные электродинамические структуры (ЭДС). Интерес к генераторам такого типа обусловлен целым рядом преимуществ по сравнению с микроволновыми генераторами на основе цилиндрических ЭДС. Прежде всего в коаксиальных ЭДС предельный вакуумный ток релятивистского электронного пучка (РЭП) существенно выше, чем в цилиндрических ЭДС [1,2], что при тех же габаритах микроволнового генератора позволяет повысить выходную микроволновую мощность генератора.

Среди ряда коаксиальных микроволновых генераторов (МЛО, виркаторы, карсинотроны, гироскопы и др.) выгодно выделяются коаксиальные убитроны на постоянных магнитах [3–7]. Периодическое магнитное поле в таких приборах играет две роли. С одной стороны оно служит для радиальной фокусировки сильноточного РЭП, а с другой — для возбуждения микроволн. Возможны две схемы убитрон-генератора. В первой схеме генерация микроволн осуществляется на обратной

волне. В таком генераторе обратная связь является распределенной. Во второй схеме автогенератор содержит нелинейный убитрон-усилитель и внешнюю цепь линейной обратной связи. По этой цепи сигнал подается с выхода нелинейного усилителя на вход. Изучению нелинейной динамики убитрон-генератора с внешней обратной связью и посвящена настоящая работа. Отметим, что результаты теории сосредоточенных и распределенных генераторов с внешней обратной связью изложены, например в монографии [8] (см. также цитированную литературу).

2. Физическая модель. Основные уравнения

Электродинамической системой нелинейного убитронного усилителя служит отрезок коаксиальной линии с внутренним радиусом a и внешним — b . В коаксиальную линию инжектируется тонкостенный трубчатый РЭП. Коаксиальный магнитный ондулятор (КМО) представляет собой коаксиальную конструкцию, состоящую из двух систем периодически расположенных кольцевых посто-

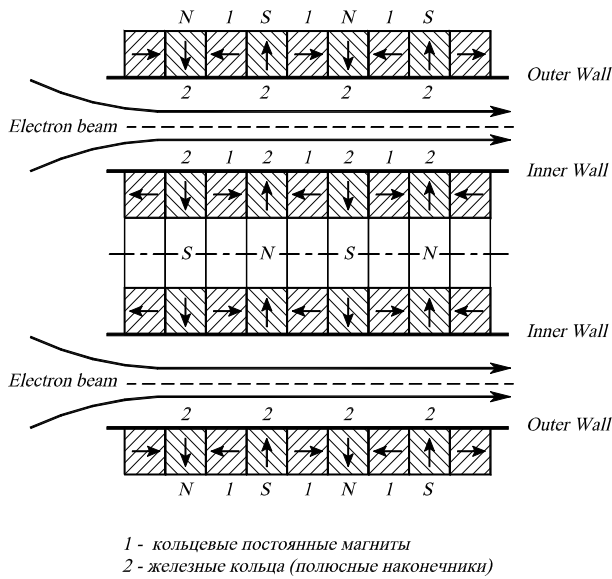


Рис. 1. Геометрия КМО с противоположно ориентированными магнитными системами.

янных магнитов с продольной намагниченностью (рис. 1). Первая периодическая магнитная система находится внутри центрального проводника (металлической трубы) коаксиальной линии. Вторая периодическая магнитная система охватывает внешнюю металлическую трубу коаксиальной линии. Между постоянными магнитами находятся кольцевые полюсные наконечники, выполненные из магнитомягкого материала, например, железа. Внутренняя и внешняя магнитные системы ориентированы так, что друг против друга размещены постоянные магниты с противоположно направленной намагниченностью. С выхода нелинейного убитронного усилителя через внешнюю цепь обратной связи сигнал подается на его вход.

Будем считать, что толщина кольцевых магнитов равна $L_m = L_w/4$, где L_w — период магнитной системы. Кроме этого напряженности магнитного поля кольцевых магнитов одинаковы и равны H_0 . Тогда компоненты магнитного поля ондулятора описываются следующими выражениями[2]:

$$H_z = H_0 \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \sin(nq_w \xi) - b_n \cos(nq_w \xi)] F_n^{(0)},$$

$$H_r = H_0 \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(nq_w \xi) + b_n \sin(nq_w \xi)] F_n^{(1)}, \quad (1)$$

где

$$a_n = \frac{\cos(\pi n) - 1}{\pi n}, b_n = \frac{2}{\pi n} \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right),$$

$$\xi = z/a, k_w = 2\pi/L_w, \rho = r/a,$$

$$F_n^{(0)}(nq_w \rho) = f_n I_0(nq_w \rho) - g_n K_0(nq_w \rho),$$

$$F_n^{(1)}(nq_w \rho) = f_n I_1(nq_w \rho) + g_n K_1(nq_w \rho),$$

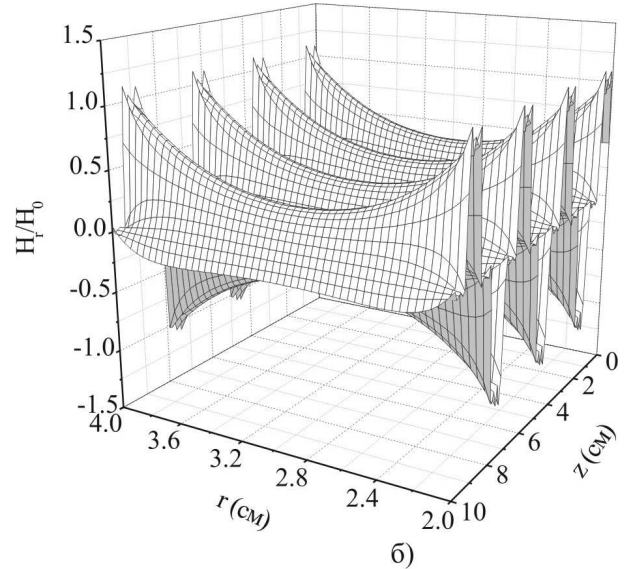
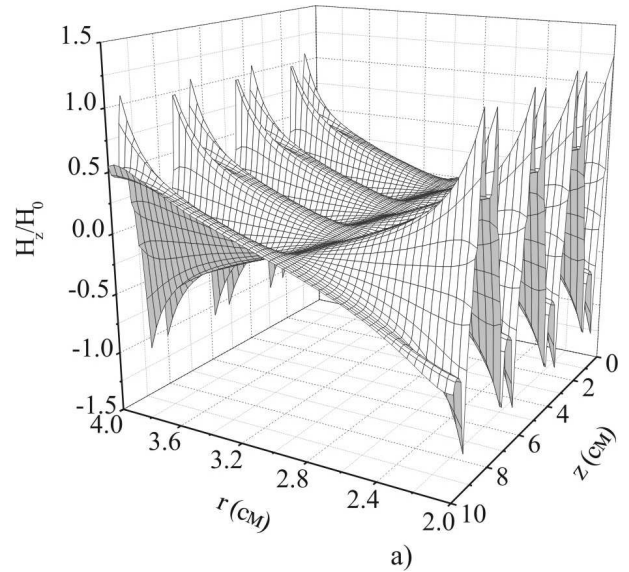


Рис. 2. Пространственные структуры продольной H_z (а) и поперечной H_r (б) компонент магнитного поля. Число гармоник $n = 11$, $L_w = 3.92$ см, $a = 2$ см, $b = 4$ см, $L_m = L_w/4$. Магнитные системы противоположно ориентированы.

$$q_w = k_w a, g_n = \frac{I_0(nq_w s) + I_0(nq_w)}{\Delta_n},$$

$$f_n = \frac{K_0(nq_w s) + K_0(nq_w)}{\Delta_n}, s = b/a,$$

$$\Delta_n = I_0(nq_w) K_0(nq_w s) - I_0(nq_w s) K_0(nq_w),$$

$I_n(x)$, $K_n(x)$ — модифицированные цилиндрические функции.

На рис. 2 представлены пространственные структуры компонент магнитного поля коаксиального ондулятора, рассчитанные по формулам (1). Продольная компонента магнитного поля при изменении радиуса $b > r > a$ меняет знак и обращается в ноль, примерно, посередине коаксиальной линии $r = (a + b)/2$. Радиальная компонента H_r имеет в

этой точке экстремум (максимум или минимум в зависимости от значения продольной координаты).

В магнитном ондуляторе рассматриваемой конфигурации электроны пучка совершают колебания в азимутальном направлении. Поэтому РЭП будет возбуждать электромагнитные волны ТЕ-типа. Зависимость продольных волновых чисел от частоты ω симметричных волн этого типа имеет вид:

$$k_n(\omega) = \sqrt{k_0^2 - \lambda_n^2/a^2}, \quad (2)$$

где $k_0 = \omega/c$, λ_n – корни трансцендентного уравнения $J_1(\lambda_n s)N_1(\lambda_n) - J_1(\lambda_n)N_1(\lambda_n s) = 0$, $s = b/a$, a – радиус внутреннего проводника коаксиальной линии, b – радиус внешнего проводника. В частности для $s = 2$, $\lambda_1 = 3.2$, $\lambda_2 = 6.31$.

Электронный пучок находится в параметрическом синхронизме с электромагнитной волной при выполнении условия:

$$\omega = (k_n(\omega) + k_w)v_0, \quad (3)$$

v_0 – продольная скорость пучка. Для простоты будем пренебрегать толщиной пучка. Тогда динамика автогенератора с внешней обратной связью описывается системой нелинейных уравнений, которая содержит нестационарное уравнение возбуждения для амплитуды электромагнитной волны.

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} + \frac{\partial C}{\partial \xi} = -i\mu G \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{i\theta}}{p_z} d\theta_0, \quad (4)$$

и уравнения движения электронов в лагранжевых переменных [7]

$$\begin{aligned} p_z \frac{dp_z}{d\zeta} &= -i \frac{h_w}{4q_w \beta_0} \Phi_n(\rho_b) F_1(q_w \rho_b) C e^{-i\theta} \\ &\quad - i \frac{q_0 \gamma_0}{p_0^2} \frac{I_b}{I_A} Q e^{-i\theta} \rho_w + k.c., \\ p_z \frac{d\gamma}{d\zeta} &= - \frac{i h_w}{4q_w} \Phi_n(\rho_b) F_1(q_w \rho_b) C e^{-i\theta} \\ &\quad - i \frac{q_0}{p_0} \frac{I_b}{I_A} e^{-i\theta} \rho_w + k.c., \\ \frac{d\theta}{d\zeta} &= q_0 \left(\frac{\gamma}{p_z} - \frac{\gamma_0}{p_0} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\rho_b = r_b/a$, $\theta = \omega t_L - (k_n + k_w)z$ – фазовая координата частицы со временем влета t_0 , $\theta_0 = \omega t_0$, $p_z \rightarrow p_z/mc$, $\zeta = z/a$, $\tau = (v_g/a)(1 - v_g/v_0)^{-1}(t - z/v_0)$, t – время, z – продольная координата, v_g – групповая скорость, $\beta_0 = v_0/c$, $q_0 = \omega a/c$, $q_n = k_n a$, γ – релятивистский фактор частицы, γ_0 – его начальное значение, $p_0 = \gamma_0 \beta_0$, $C = e a A_n / mc^2$ – безразмерная амплитуда волны, A_n – размерная амплитуда, $\mu = \frac{\omega a^2 h_w}{q_w k_n c N_n I_A}$, $h_w = \frac{2\sqrt{2} e H_0 a}{\pi m c^2}$, I_b – ток пучка,

$$I_A = mc^3/e = 17kA, N_n = \int_a^b r dr \Phi_n^2(r) - \text{норма,}$$

$$\begin{aligned} F_1(q_w \rho_b) &\equiv F_1^{(1)}(q_w \rho_b), \\ \Phi_n(\rho) &= J_1(\lambda_n \rho) - \frac{J_1(\lambda_n)}{N_1(\lambda_n)} N_1(\lambda_n \rho), \end{aligned} \quad (6)$$

$J_1(x)$, $N_1(x)$ – функции Бесселя и Неймана, $G = \Phi_n(\rho_b) F_1(q_w \rho_b)$,

$$\begin{aligned} Q &= [I_0(\varkappa \rho_b) K_0(\varkappa) - I_0(\varkappa) K_0(\varkappa \rho_b)] \\ &\quad \times \frac{I_0(\varkappa \rho_b) K_0(\varkappa s) - I_0(\varkappa s) K_0(\varkappa \rho_b)}{I_0(\varkappa) K_0(\varkappa s) - K_0(\varkappa) I_0(\varkappa s)}, \end{aligned} \quad (7)$$

$\varkappa = q_0/p_0$, $\rho_w = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\theta} d\theta_0$. Самосогласованную систему уравнений (4), (5) необходимо дополнить начальными условиями для уравнений движения:

$$\theta(\zeta = 0) = \theta_0, \quad \left. \frac{d\theta}{d\zeta} \right|_{\zeta=0} = 0 \quad (8)$$

и уравнением обратной связи с задержкой для амплитуды волны [9]

$$C(\tau, 0) = R e^{i\Delta\varphi} C(\tau - T_d, l_g), \quad (9)$$

где R – коэффициент передачи по амплитуде, $\Delta\varphi$ – сдвиг фазы сигнала в цепи обратной связи, $l_g = l/a$, l – длина автогенератора, $T_d = l_g \frac{v_0/\bar{v}_g - 1}{v_0/v_g - 1}$, \bar{v}_g – групповая скорость в цепи обратной связи.

Из системы уравнений (4), (5) вытекает соотношение

$$\begin{aligned} |C(\xi = l_g, \tau)|^2 - |C(\xi = 0, \tau)|^2 + \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^{l_g} |C|^2 d\xi \\ + \Lambda \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [\gamma(\xi = l_g, \tau, \theta_0) - \gamma_0] = Const, \end{aligned} \quad (10)$$

которое отражает закон сохранения энергии,

$$\Lambda = 4 \frac{\omega a^2}{k_n c N_n} \frac{I_b}{I_A}.$$

Первые два слагаемых в левой части (10) описывают разность потоков энергии на выходе и входе автогенератора, третье слагаемое изменение энергии в объеме генератора. В случае стационарного режима это слагаемое обращается в ноль. И, наконец, последнее слагаемое является разностью потоков кинетической энергии РЭП на выходе и входе автогенератора.

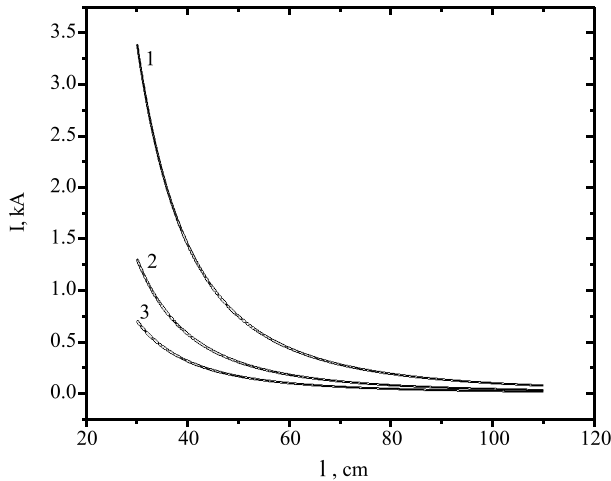


Рис. 3. Зависимости стартового тока от длины автогенератора: 1 – $H_w = 2$ кЭ, 2 – $H_w = 3$ кЭ, 3 – $H_w = 4$ кЭ. Параметры автогенератора: $a = 2$ см, $b = 4$ см, $r_b = 3$ см, $R = 0.3$, $L_w = 3.92$ см.

3. Стартовые токи автогенератора

Спектр частот возбуждаемых колебаний определяется из следующего трансцендентного уравнения:

$$(1 - Re^{-i\Delta T_d + i\delta_1 l_g}) \frac{\delta_3 - \delta_2}{(\delta_2^2 + P)(\delta_3^2 + P)} + (1 - Re^{-i\Delta T_d + i\delta_2 l_g}) \frac{\delta_1 - \delta_3}{(\delta_3^2 + P)(\delta_1^2 + P)} + (1 - Re^{-i\Delta T_d + i\delta_3 l_g}) \frac{\delta_2 - \delta_1}{(\delta_1^2 + P)(\delta_2^2 + P)} = 0, \quad (11)$$

где δ_i ($i = 1, 2, 3$) корни кубического уравнения

$$(\delta + \Delta)(\delta^2 - K_b^2) + PA(\delta + \frac{q_0}{p_0 \gamma_0}) = 0, \quad (12)$$

а $P = Q \frac{I_b}{I_A} \frac{1}{p_0^5}$, $A = \frac{h_w G}{4q_w p_0^4 \beta_0}$, $K_b^2 = \frac{q_0}{p_0^5 \gamma_0} B$, $B = q_0 \gamma_0 P$, $\Pi = \mu G$. При выводе уравнения спектра (12) мы воспользовались тем, что на входе нелинейного усилителя отсутствует модуляция пучка, а также возмущение продольной скорости электронов пучка равно нулю. Кроме этого было использовано соотношение (9) для цепи обратной связи. Уравнение спектра (12) справедливо, когда сдвиг фазы в цепи обратной связи отсутствует.

Стартовые токи убитронного автогенератора были получены путем численного решения системы уравнений (11), (12). При численных расчетах следующие параметры автогенератора оставались фиксированными: внутренний радиус коаксиальной линии – $a = 2$ см, внешний – $b = 4$ см, период магнитного поля ондулятора – $L_w = 3.92$ см, энергия пучка – $U = 490$ кэВ, радиус пучка – $r_b = 3$

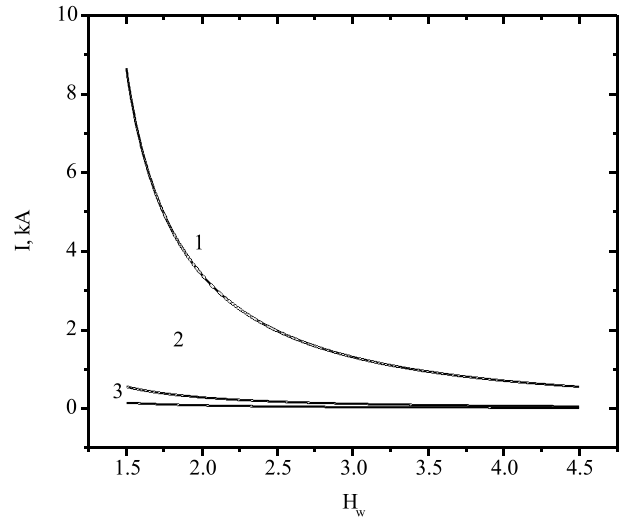


Рис. 4. Зависимости стартового тока от напряженности магнитного поля ондулятора: 1 – $L = 30$ см, 2 – $L = 70$ см, 3 – $L = 110$ см. Параметры автогенератора: $a = 2$ см, $b = 4$ см, $r_b = 3$ см, $R = 0.3$, $H_w = 3$ кЭ.

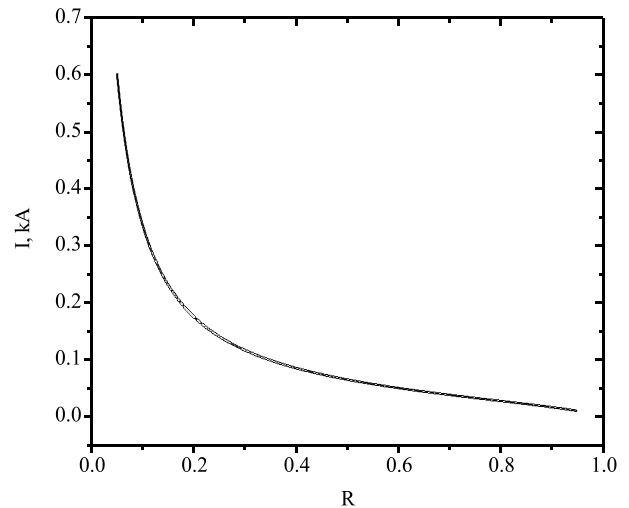


Рис. 5. Зависимость стартового тока от коэффициента передачи R . Параметры автогенератора: $a = 2$ см, $b = 4$ см, $r_b = 3$ см, $L = 70$ см, $H_w = 3$ кЭ.

см и коэффициент передачи $R = 0.3$, $T_d = 1.5$. Для указанных параметров магнитного ондулятора и энергии РЭП частота генерации микроволн составляет 7.94 ГГц. На рис. 3 представлены зависимости (в размерных единицах) стартового тока от длины автогенератора для различных значений напряженности магнитного поля. С увеличением длины автогенератора стартовый ток уменьшается. На рис. 4 изображены зависимости стартового тока от напряженности магнитного поля ондулятора для трех значений длины автогенератора. С ростом напряженности магнитного поля стартовый ток также уменьшается. Рис. 5 иллюстриру-

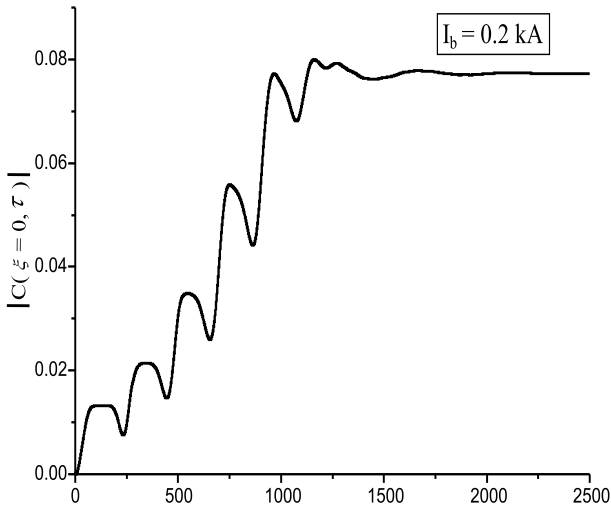


Рис. 6. Зависимость амплитуды колебаний $|C(0, t)|$ на входном торце автогенератора от времени, $I_b = 200$ А.

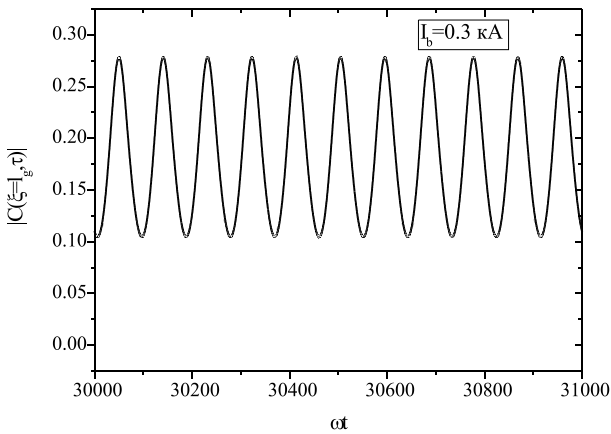


Рис. 7. Зависимость амплитуды автомодуляционных колебаний от времени, $I_b = 0.3$ кА.

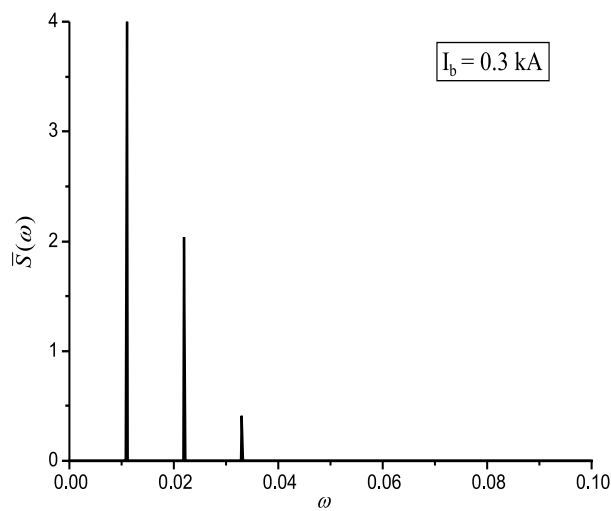


Рис. 8. Частотный спектр автомодуляционных колебаний $I_b = 0.3$ кА.

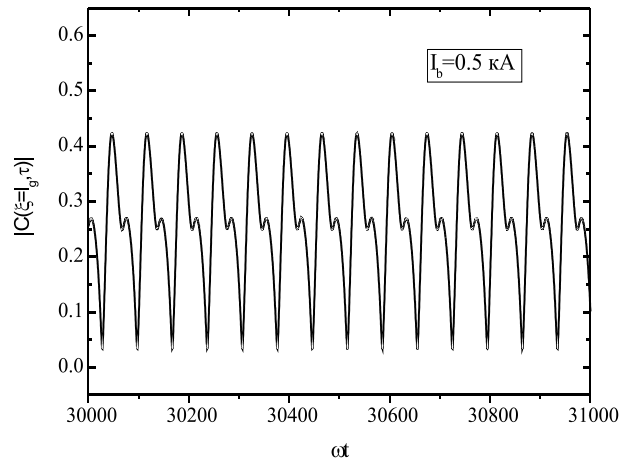


Рис. 9. Зависимость амплитуды автомодуляционных колебаний от времени, $I_b = 0.5$ кА.

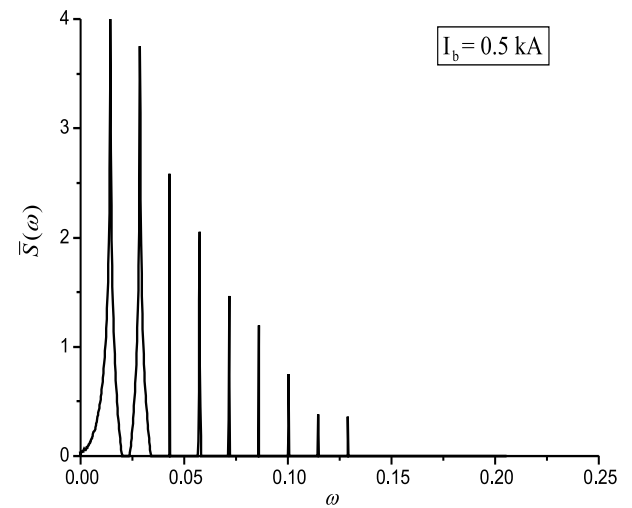


Рис. 10. Частотный спектр автомодуляционных колебаний $I_b = 0.5$ кА.

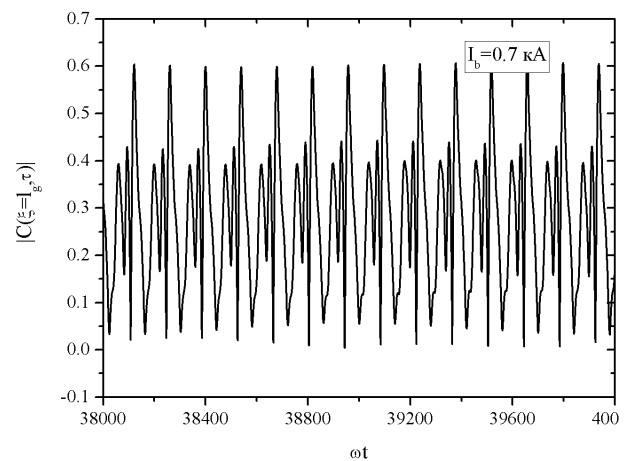


Рис. 11. Зависимость амплитуды автомодуляционных колебаний от времени, $I_b = 0.7$ кА.

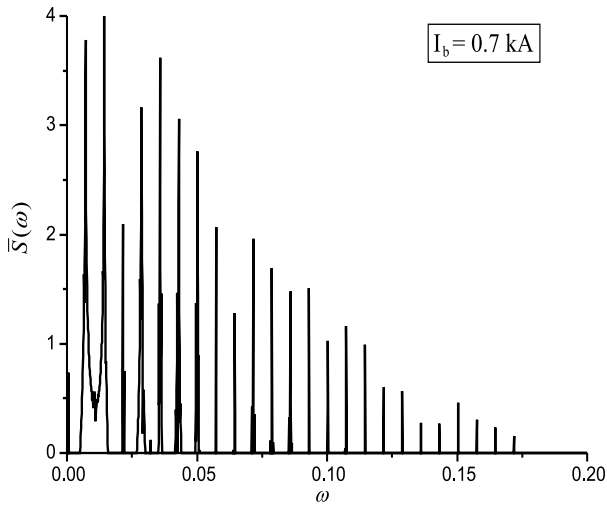


Рис. 12. Частотный спектр автомодуляционных колебаний $I_b = 0.7$ кА.

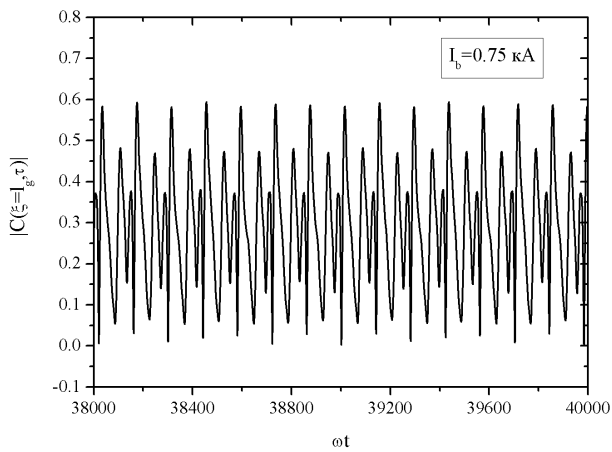


Рис. 13. Зависимость амплитуды автомодуляционных колебаний от времени, $I_b = 0.75$ кА.

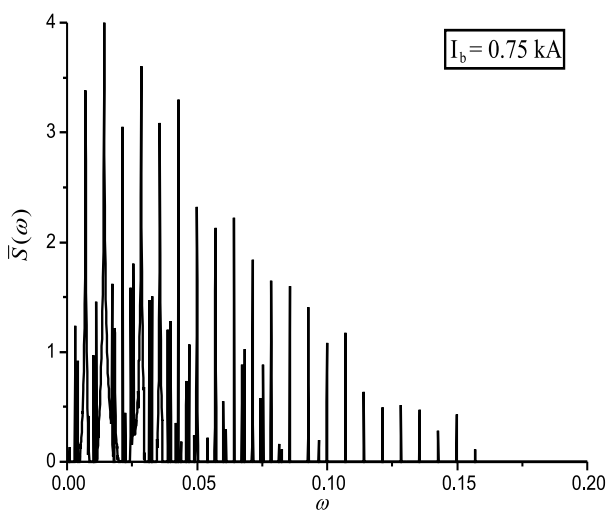


Рис. 14. Частотный спектр автомодуляционных колебаний $I_b = 0.75$ кА.

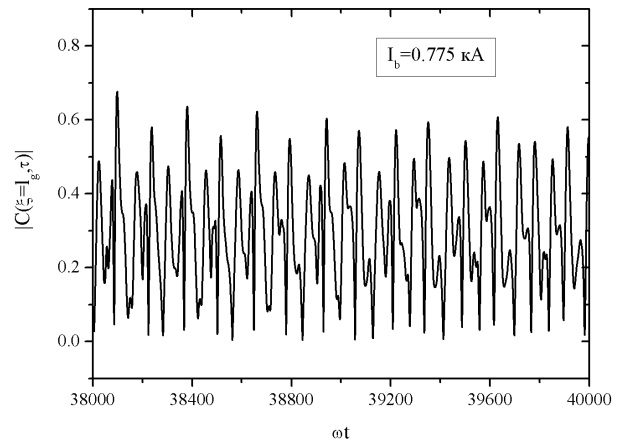


Рис. 15. Зависимость амплитуды автомодуляционных колебаний от времени, $I_b = 0.775$ кА.

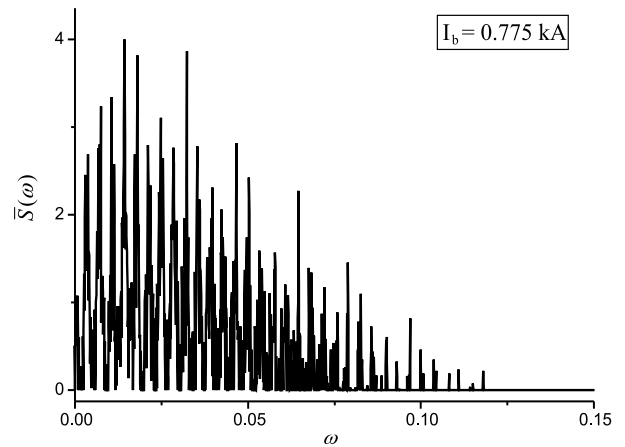


Рис. 16. Частотный спектр автомодуляционных колебаний $I_b = 0.775$ кА.

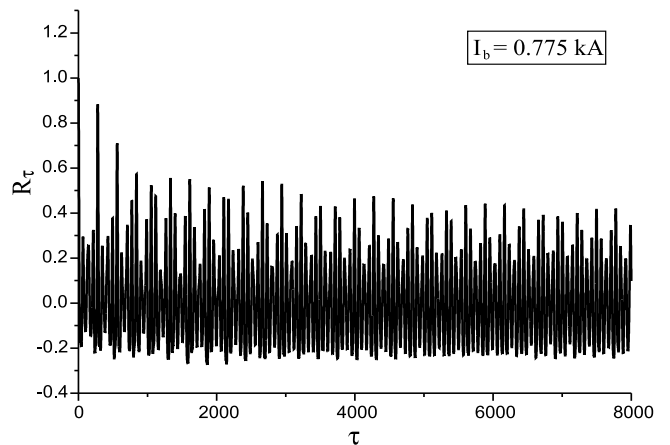


Рис. 17. Автокорреляционная функция микроволны.

ет функциональную зависимость стартового тока от коэффициента передачи поля по цепи обратной связи. С увеличением коэффициента передачи R стартовый ток уменьшается и при $R = 1$ обраща-

ется в ноль.

4. Результаты численных расчетов

Численное решение системы уравнений (4), (5) с начальными и граничными условиями (8), (9) были выполнены для приведенных в предыдущем разделе параметров магнитного ондулятора и РЭП, напряженности магнитного поля ондулятора $H_w = 3$ кЭ и различных значениях тока пучка. Численные расчеты показали, что в зависимости от тока электронного пучка убитронный автогенератор демонстрирует различные режимы генерации микроволн. При токах электронного пучка $I_b \lesssim 0.225$ кА имеет место стационарный режим генерации. На рис. 6 изображена зависимость амплитуды волны $|C|$ на входном торце убитронного автогенератора ($\xi = 0$) от времени. Видно, что на линейной стадии генерации амплитуда волны со временем растет немонотонно [10]. Наблюдаемые осцилляции амплитуды волны обусловлены неоднородностью распределения поля вдоль коаксиальной системы из-за наличия пучка. Такое неоднородное распределение поля с четко выраженным минимумом циркулирует от входа к выходу, что и является причиной немонотонного роста амплитуды волны со временем. На нелинейной стадии процесса после переходного процесса амплитуда выходит на стационарное значение. В установившемся режиме имеет место несимметричное распределение амплитуды вдоль системы. С увеличением тока пучка $I_b \gtrsim 0.225$ кА происходит срыв стационарного режима генерации и в системе устанавливается режим регулярной автомодуляции. На рис. 7,8 представлены зависимости амплитуды от времени и частотный спектр этой зависимости, полученные для значения тока электронного пучка $I_b = 0.3$ кА. Функция частотного спектра находилась по формуле

$$\bar{S}(\omega) = \ln \frac{S(\omega)}{S_{\max}} + 4,$$

где $S(\omega)$ – частотный спектр, S_{\max} – максимальное значение $S(\omega)$. Для этого значения тока установившиеся автомодуляционные колебания носят практически гармонический характер. Увеличение тока до 0.5 кА приводит к более сложному закону автомодуляции (рис. 9). В частотном спектре (рис. 10) появились интенсивные кратные гармоники. Рис. 11,12 иллюстрируют динамику генерации микроволн для тока пучка $I_b = 0.7$ кА. Видно, что произошла бифуркация удвоения периода. Спектр обогащен кратными гармониками. При токе $I_b = 0.75$ кА частотный спектр становится более сложным (рис. 14). И наконец, при значении тока $I_b = 0.775$ кА наступает режим хаотической автомодуляции (рис. 15,16). Частотный спектр имеет

сплошную составляющую, на фоне которой наблюдаются пики, соответствующие кратным гармоникам. Линии спектра уширяются и перекрываются.

Для корреляционного анализа использовалась формула [11]

$$R(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \int_0^{T - \tau} f(t)f(t + \tau)dt,$$

$\tau \leq 0.1T$, T – длительность реализации, составляющая 500–1000 периодов колебаний на основной частоте.

На рис.17 изображена автокорреляционная функция, соответствующая реализации, изображенной на рис. 15. Видно что автокорреляционная функция вначале быстро затухает, а затем совершает осцилляции, которые обусловлены линиями в частотном спектре. Остановимся кратко на вопросе о КПД. Ограничимся случаем стационарных режимов генерации. Определим КПД автогенератора η как отношение выводимой из автогенератора микроволновой мощности к начальной мощности пучка. Определенный таким образом, КПД равен

$$\eta = \frac{1 - R^2}{\Lambda(\gamma_0 - 1)} |C(\xi = l_g)|^2.$$

С увеличением тока электронного пучка КПД растет. Так при токе 0.1 кА он равен 13.2 %, при значении тока $I_b = 0.15$ кА $\eta = 21.1$ %, а при увеличении тока до 0.2 кА КПД возрастает до значения 23.4 %.

5. Заключение

Таким образом, в работе исследована нелинейная динамика генерации микроволн в коаксиальном убитронном автогенераторе с внешней запаздывающей обратной связью. Получена самосогласованная нелинейная система уравнений, описывающая процесс генерации электромагнитных колебаний в таком автогенераторе. В качестве первого шага теории исследованы зависимости стартового тока от параметров автогенератора: его длины, напряженности магнитного поля ондулятора. С увеличением значений указанных параметров стартовый ток генерации уменьшается. Качественный характер генерации микроволн в автогенераторах на базе РЭП определяется его током. Исследовано поведение автогенератора с изменением тока пучка. При относительно слабом токе пучка реализуется режим стационарной генерации микроволн. При превышении тока пучка бифуркационного значения $I_b > 0.3$ кА происходит срыв стационарного режима генерации и в системе устанавливается режим стационарной автомодуляции. Затем наблюдается бифуркация удвоения периода и, наконец, в

системе устанавливается режим генерации хаотических колебаний. В хаотическом режиме частотный спектр на фоне сплошной составляющей содержит ряд пиков. В режиме стационарной генерации при значении тока $I_b = 200\text{ А}$, КПД составляет 23.4 %.

Поступила в редакцию 01 июля 2005

Список литературы

- [1] Сотников Г.В., Яценко Т.Ю. Предельный ток в коаксиальной камере дрейфа // ЖТФ – 2002. – Т. 72, № 5. – С. 22–25.
- [2] Балакирев В.А., Ткач Ю.В., Яценко Т.Ю. Транспортировка сильноточных релятивистских электронных пучков в коаксиальной камере дрейфа // Электромагнитные явления. – 2004. – Т. 4, № 1. – С. 25–64.
- [3] Phyllips R.M. The Ubitron, a High-power Traveling-wave Tube Based on a Periodic Beam Interaction in Unload Waveguide // IRE Transactions on Electron Devices, – 1960. - V. ED-7, № 4. – P. 231–241.
- [4] Freud H.P., Jackson R.H., Pershing D.E., Taccetti J.M. Nonlinear Theory of the Free-electron laser Based upon a Coaxial Hybrid Wiggler // Phys. Plasmas – 1994. – V. 1, № 4. – P. 1046–1058.
- [5] Balkcum A.J., McDermott D.B., Phyllips R.M., Luhmann N.C. High-power Coaxial Ubitron Oscillator: Theory and Design // IEEE Transactions on Plasma Science – 1998. - V. 20, № 4. – P. 548–555.
- [6] McDermott D.B., Balkcum A.J., Phyllips R.M., Luhmann N.C. Periodic Permanent Magnet Focusing of an Annular Electron Beam and its Application to a 250 MW Ubitron Free-electrom Maser // Phys. Plasmas – 2002. - V. 2, № 11. – P. 4332–4337.
- [7] Балакирев В.А., Бородкин В.В., Ткач Ю.В., Яценко Т.Ю. Нелинейная теория усиления микроволн в коаксиальном убитроне // Электромагнитные явления. – 2003. – Т. 3, № 1. – С. 59–67.
- [8] Наймарк Ю.Н., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания – М.: Наука. – 1987. – 423 с.
- [9] Айзацкий Н.И., Островский А.О. Об устойчивости стационарных режимов в распределенной автоколебательной системе с внешней обратной связью // Препринт ХФТИ 91–39. Харьков ХФТИ. – 1991. – 12 с.
- [10] Балакирев В.А., Карбушев Н.И., Островский А.О., Ткач Ю.В. Теория черенковских усилителей и генераторов на релятивистских электронных пучках – Киев: Наукова думка. – 1993. – 207 с.
- [11] Бендаш Дж., Пирсол А. Применения корреляционного и спектрального анализа – М.: Мир. – 1983. – 312 с.