

Фрактальная радиолокационная радиометрия: эндоморфизм радоновских представлений

Содержание

1. Введение	143
2. Аттракторы радиолокационного преобразования Радона на фазовых пространствах дробной размерности	145
3. Ракурсные аттракторы на фазовых плоскостях дробной ФТР	146
4. Радиальные аттракторы РПП на фазовых плоскостях с дробной ФТР	151
5. Ракурсные аттракторы реконструкции обратной проекции Радона на фазовых плоскостях с дробной ФТР	151
6. Радиальные аттракторы реконструкции обратной проекции Радона	151
7. Фрактальный алгоритм обратного радиолокационного преобразования Радона	154
8. Выводы	158

Аннотация

The endomorphic mapping of statistical sets of Radon representations of functions of backscattering of diffusing surfaces on topological invariant statistical sets of a fractal phase plane is investigated. The topology of the images received at such mapping allows to determine uniquely not only accessories of the received experimental data to the class of Radon representations, but also to identify axes of angle-radial coordinate system. The analytical continuation of back-radar Radon transformation on phase spaces (PS) with fractional (fractal) topological dimensionality (FTD) is offered. The typical points of attraction of process of radar Radon transformation in angle exposures (recording of partial Radon projections) and process of the recursion formation of back projection of sounded area are given.

1. Введение

В настоящее время практически во всех областях радиофизики и радиоэлектроники при проведении научно-практических исследований исключительное внимание уделяется фрактально-топологическим методам формирования, обработки и анализа информации [1]. Ниже рассматриваются применения фрактального формализма к задачам радиолокационной радонометрии [2–18]. Одно из них — аналитическое продолжение обратных проекций Радона на фазовые пространства с дробной фрактально-топологической размерно-

стью, другое — эндоморфное отображение экспериментальных данных на фазовую плоскость.

Аналитическое продолжение радоновского образа может быть формализовано заменой размерности физического пространства, в которое погружен образ, фрактально-топологической размерностью фазового пространства проекций его. Реальные ФП проекционных данных всегда имеют дробное значение ФТР D_f , и, в силу проекционной дискретности и временной ограниченности выборки, а также пространственной ограниченности объекта проекционного анализа, численное значение зависит от размеров окрестностей тополо-



Рис. 1. Фрагменты тестируемых образцов местности.

гического покрытия. Поэтому на практике вычисленное значение D_f через размеры покрытий M и m определяет степень детальности информации, представленной в обратной проекции. Если значение ФТР, при которой получена обратная проекция, известно, то по этой проекции с использованием известного значения D_f могут быть восстановлены исходные проекционные данные (радиолокационное преобразование Радона зондируемой области). Это свойство ФТР может быть использовано для помехоустойчивой и криптостойкой передачи проекционных данных по каналам связи,

а также для детального анализа обратной проекции, так как позволяет учесть в прообразе не только изотропный компонент функции обратного рассеяния (ФОР) зондируемой области. Для не изотропных ФОР, а на практике таковыми являются все реальные объекты радиолокационного зондирования, энергия, интегрированная по радиальному аргументу проекции, даже в идеальном случае согласованности формы области и формы проекции луча, зависит от ракурса, что не укладывается в "чистую" математическую модель классического преобразования Радона. Поэтому следует ожидать,

что для каждой ракурсной проекции ФТР индивидуальна. Учет этой индивидуальности при реконструкции обратной проекции может способствовать подчеркиванию ракурсных аномалий присутствующих прообразу.

2. Аттракторы радиолокационного преобразования Радона на фазовых пространствах дробной размерности

Радиолокационные проекционные данные, как и всякое радоновское представление, имеют два функциональных аргумента, один из которых векторный, а другой скалярный. Опираясь на терминологию принятую в радиолокационной радиометрии, будем называть скалярный аргумент радиальным, а векторный — ракурсным. В случае поверхностного зондирования оба параметра скаляры. Именно этот случай будет рассмотрен ниже.

Объектом исследования были выбраны четыре района с различными текстурами и объектовым составом.

Исследуемые данные представляли собой радиолокационное преобразование Радона (отраженный радиолокационный сигнал) круговых фрагментов, вписанных в квадратные образцы, приведенные на рис. 1.

На рис. 2 приведена характерная парциальная радиолокационная проекция Радона $Re_G(r, \omega)$ а), ее обратная векторная б) и парциальная растровая с) проекции, а также радоновский прообраз зондируемой области, приведенной на слайде d) рис. 1.

Последние два слайда рис. 1 для качественного визуального восприятия контрастности даны в псевдоцвете.

Характер временной зависимости нормированного отраженного радиолокационного сигнала, представленного графиком 2а, не позволяет обнаружить на нем каких либо объектов применением классической теории обнаружения. Обратная радиолокационная проекция Радона 2б, построенная по этому сигналу, визуально кажется более информативной и тем не менее классическая теория и здесь не работает.

Последовательность проекций Радона, полученных с разных ракурсов, образует дискретное радиолокационное преобразование Радона кругового фрагмента зондируемой области. По этой последовательности экспериментальных данных могут быть построены семейства аттракторов, из которых можно извлечь информацию о радоновости представления, заданного дискретным набором проекций. ФТР сечений фазового пространства по ракурсным и дальностным производным мо-

гут не совпадать, поэтому необходимо рассмотреть оба случая. Последовательность проекций содержит полную информацию о зондируемой области, поэтому если целью не является картографирование, например при решении задач корреляционно-экстремальной навигации по цифровым картам местности, то возможно прямое использование векторных обратных проекций (рис. 2б) радиолокационного преобразования Радона.

Существует некоторая аналогия между ФТР и производными дробного порядка. Обычно ФТР определяют следующим соотношением:

$$D_f = \frac{\lg(M) - \lg(m)}{\lg(n_M) - \lg(n_m)}, \quad (1)$$

где M и m — массы (мощности, энергии), сосредоточенные в объемах $> n_m$.

Оператор дифференцирования произвольного порядка $\alpha < 1$ в дискретном случае может быть представлен следующим рядом:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^\alpha \stackrel{def}{=} (\Delta - 1)^\alpha = \sum_{i=0}^{\infty} C(i)\Delta^i, \quad (2)$$

$$C(0) = -1, \quad C(1) = \alpha,$$

$$C(2) = C(1)(1 - \alpha)/2, \dots,$$

$$C(k) = C(k - 1)(k - 1 - \alpha)/k, \dots \quad (3)$$

Если $\alpha > 1$, то вначале следует вычислить разность целого порядка, которая представляет собой полином конечной степени, а затем для дробной части α воспользоваться формулами (2) и (3). По аналогии с формулой (1) первый член ряда (2) можно интерпретировать как объем минимальной окрестности (точки) $n_m = 1$, а остальные члены ряда как модифицированный (весовой) объем большей окрестности n_M . Тогда дробное дискретное дифференцирование решетчатой функции $G(i)$ можно представить разностью между текущим ее значением $m_{G(i)}$ и весовой суммой масс членов ряда следующих за текущим $\hat{M} \sum_{k>1} \hat{N}(k-i)G(k)$:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^\alpha G = \hat{M} \sum_{k>1} C(k-i)G(k) - m_{G(i)}. \quad (4)$$

Сравнивая (4) с (1) можно заметить качественное сходство этих операторов. Общим для них является сумма масс окрестностей, повышающая такой фильтрацией энергетический потенциал, и разность этих сумм, подчеркивающая границы кластерной текстуры. Различие алгоритма (1) составляет несущественный нормирующий множитель, который при заданных значениях m и M является константой, и изоморфное (логарифмическое) преобразование интегральных масс. Такое сходство, по-видимому, не случайно и может быть использовано в процессе радоновской реконструкции обратной проекции зондируемой области.

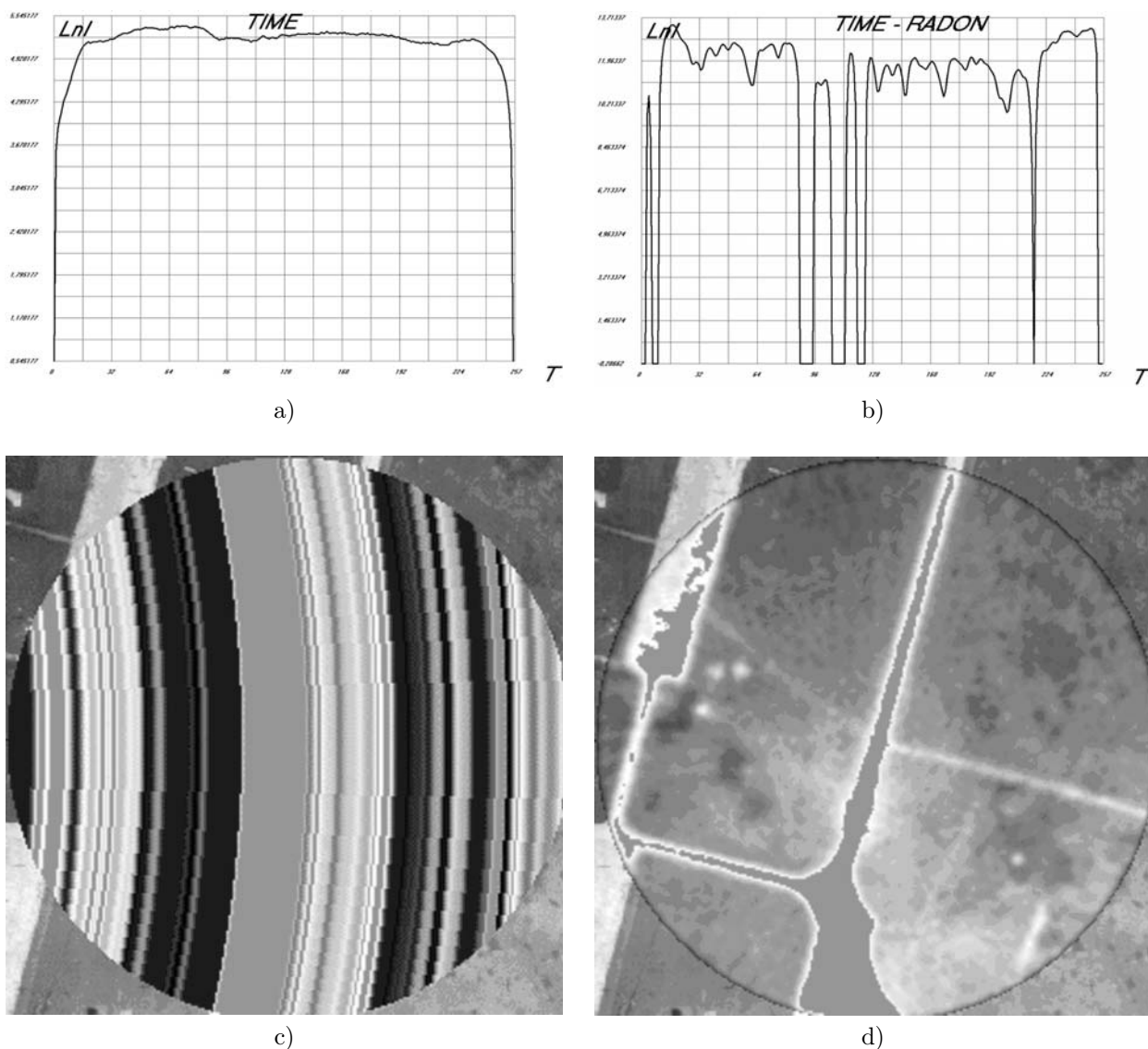


Рис. 2. Радоновское представление зондируемой области. а) Парциальная радиолокационная проекция Радона, снятая с дальности до центра равной ~ 2.5 диаметра. б) Векторная обратная радиолокационная проекция Радона вектора измерения, приведенного на графике а). в) Растровая парциальная обратная проекция Радона, соответствующая графику б). д) Обратная радиолокационная проекция Радона, синтезированная по 128 зондированиям в ракурсном диапазоне 2π .

3. Ракурсные аттракторы на фазовых плоскостях дробной ФТР

Проекционные данные $Re_G(r, \omega)$, по которым восстановлена обратная проекция, приведенная на рис. 2d, представляет собой набор ракурсных (аргумент ω) образцов векторов, каждый из которых имеет размерность d (аргумент ω). Если к решетчатой функции $Re_G(r, \omega)$ применить эндоморфизм (2.2) к аргументу ω и спроектировать все координаты

вектора на фазовую плоскость,

$$D_\omega^\alpha Re_G(r, \omega) \stackrel{def}{=} \bigcup_r \left(\frac{\partial}{\partial \omega(r)} \right)^\alpha Re_G(r, \omega) \stackrel{def}{=} Re_{G; \omega}^{(\alpha)}(r, \omega) \quad (5)$$

то такую проекцию будем называть ракурсным радоновским аттрактором.

Эндоморфизм D_ω^α обладает естественным свойством:

$$D_\omega^\alpha \cdot D_\omega^\beta = D_\omega^\beta \cdot D_\omega^\alpha = D_\omega^{\alpha+\beta}. \quad (6)$$

Каждый член объединения (5) представляет собой точку пересечения ракурсной производной, соответствующей траектории радиального канала,

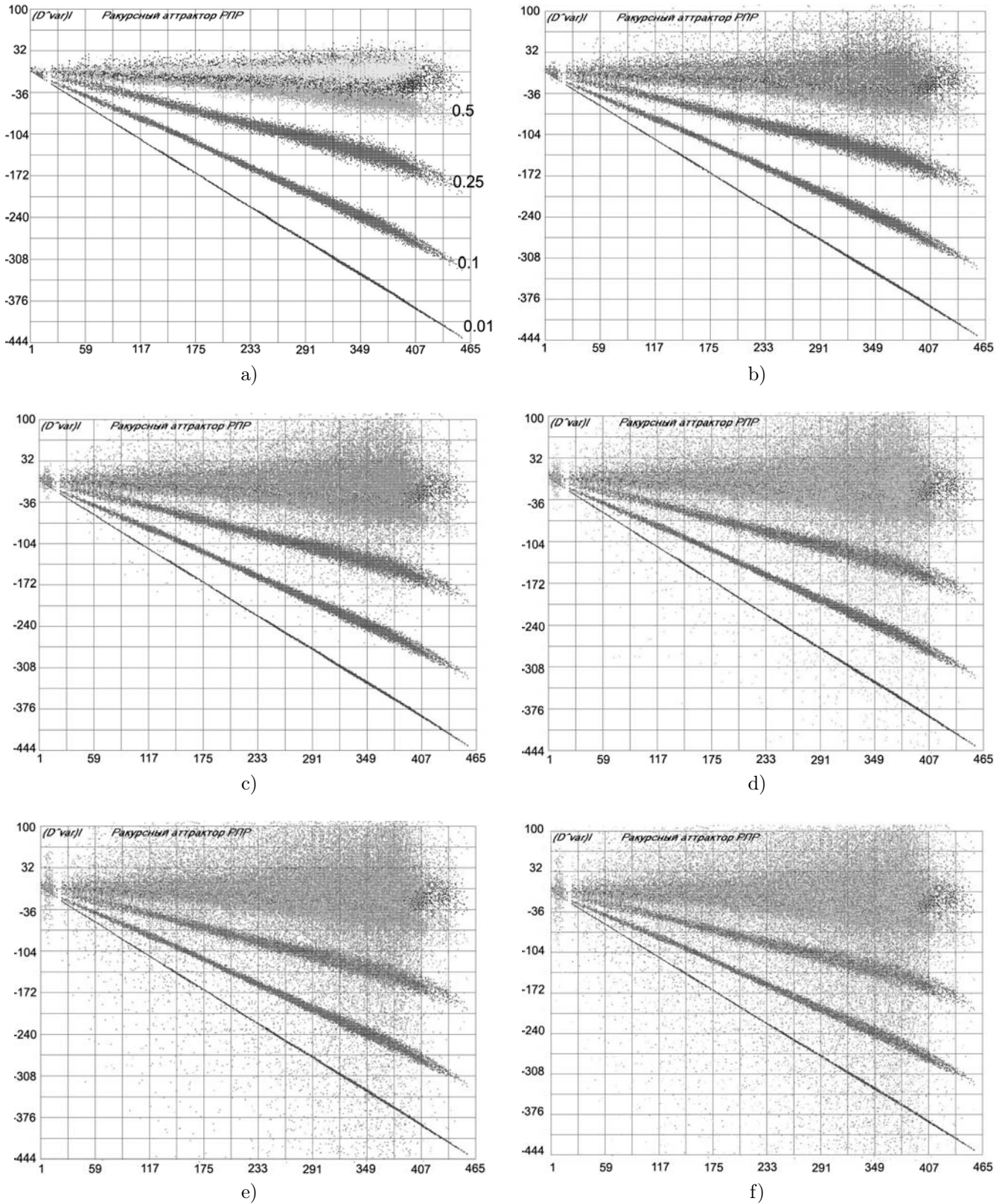


Рис. 3. Эндоморфные отображения радиолокационных проекционных данных. На фрагменте а) отмечены графики начальных значений параметра α , изменяющиеся в диапазоне 0.001...2. На следующих рисунках б)–ф) диапазон порядков производных увеличивается на единицу.

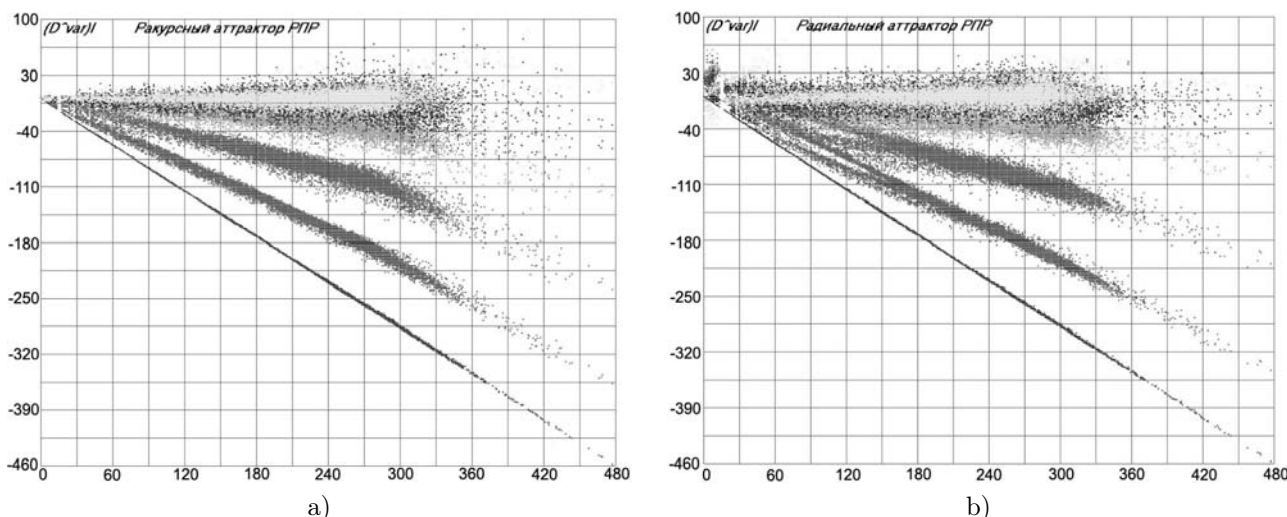


Рис. 4. Ракурсные а) и радиальные б) аттракторы радиолокационного преобразования Радона образца, приведенного на рис. 1д

имеющего индекс r с координатной фазовой плоскостью $(\text{Re}_G(r, \omega), \text{Re}_{G; \omega}^{(\alpha)}(r, \omega))$ фрактального индекса α . Объединение точек пересечения понимается как наложение друг на друга равно-масштабных парциальных фрактальных фазовых плоскостей выполненных в виде прозрачных пленок. Оно образует некоторое статистическое множество точек пересечения траекторий с плоскостью. Нас будет интересовать вопрос: Как будет деформировать топологию статистического множества изменение параметра α эндоморфизма D_ω^α ? Изучая такую деформацию на проекциях Радона различных зондируемых объектов можно выявить общие закономерности радиолокационного преобразования Радона и частные особенности статистических точечных множеств. К сожалению теория эндоморфизмов недостаточно разработана, поэтому объектом исследования будут не уравнения, описывающие поведение динамической системы, а экспериментальные данные, рассматриваемые как аттракторы некоторой динамической системы. Сразу оговоримся, что целью исследования является топология статистических множеств, понимаемых как статистические аттракторы, деформируемая под действием параметрического эндоморфизма, а не поиск уравнений, описывающих проекционные данные как аттрактор динамической системы.

На рис. 3 приведено семейство ракурсных аттракторов радиолокационных радоновских проекций для целочисленных и фрактальных порядков производных для фрагмента рис. 1а. Для наглядности пересечения траекторий фазовой плоскостью изображены в псевдоцвете, отображающем последовательность изменения параметра α , который принимал значения: 0.01 (темно-красный), 0.1 (красный), 0.25 (темно-зеленый), 0.5 (зеленый),

0.75 (темно-синий), 1 (синий), 1.25 (черный), 2 (желтый), 3 (сиреневый) и далее 4 (темно-серый), 5 (бирюзовый), 6 (серо-зеленый), 7 (серый). На слайде 3а для сопоставления статистических множеств даны значения параметра α первых четырех потоков. Характерной особенностью траекторных аттракционов является рост диапазона производных и области повышенной скученности точек (эллипса рассеяния) по мере роста порядка производной.

Поведение графиков напоминает воздействие некоторого силового потока на эластичный стержень с закрепленным левым концом. Под действием эндоморфизма, по мере роста параметра α , стержень поворачивается, ориентируясь вдоль потока, и раздувается. Следует подчеркнуть, что графики аттракторов всех четырех образцов, приведенных на рис. 1, в статистическом смысле топологически подобны. Для сравнения на рис. 4а приведен график, соответствующий рис. 3а, построенный при работе по образцу рис. 1д. Аналогичная зависимость наблюдается и для остальных образцов, приведенных на рис. 1.

Из приведенных графиков напрашивается вывод о статистическом подобии топологий аттракторов, полученных под воздействием одинаковых ракурсных эндоморфизмов на радоновские проекционные данные различных (любых) двумерных объектов исследования.

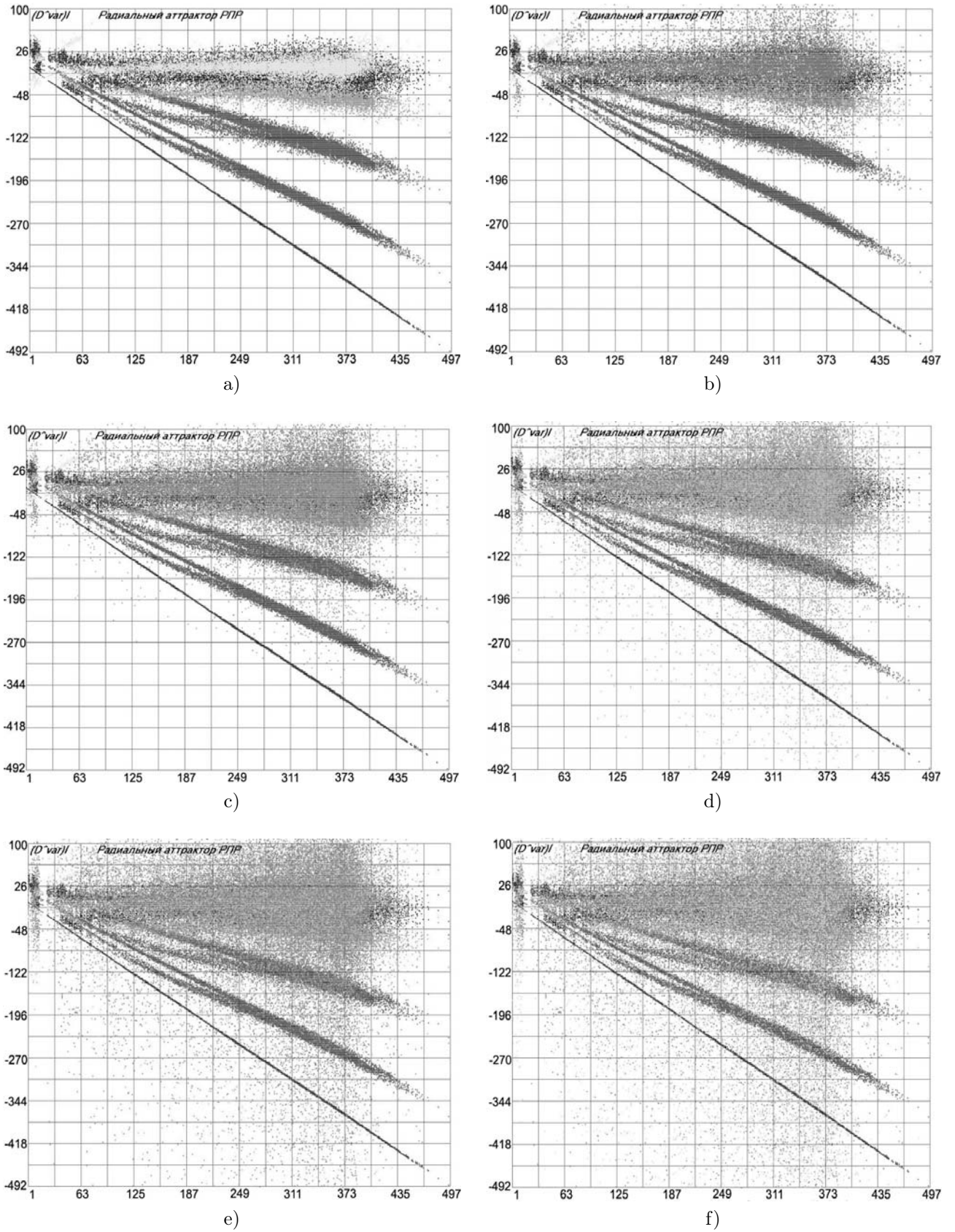


Рис. 5. Радиальные аттракторы RRT.

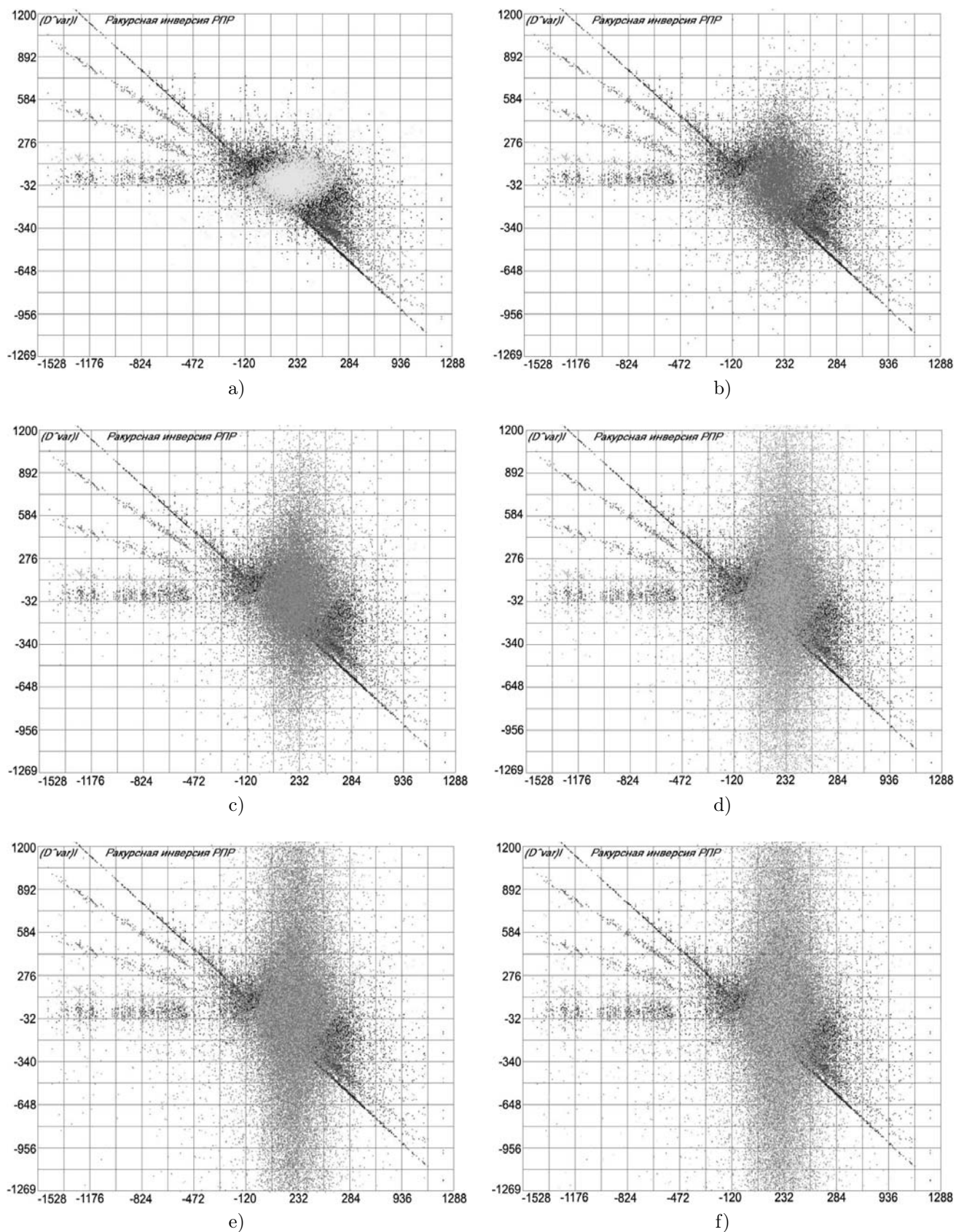


Рис. 6. Ракурсные аттракторы обратного радиолокационного преобразования Радона.

4. Радиальные аттракторы РПР на фазовых плоскостях с дробной ФТР

Под радиальным радоновским аттрактором будем понимать следующее отображение:

$$\text{Re}_G(r, \omega) \xrightarrow{D_r^\alpha} \text{Re}_{G;r}^\rho(r, \omega), \quad (7)$$

где эндоморфизм D_r^α определяется формулой, аналогичной (5):

$$D_r^\alpha \text{Re}_G(r, \omega) \stackrel{\text{def}}{=} \bigcup_{\omega} \left(\frac{\partial}{\partial r(\omega)} \right)^\alpha \text{Re}_G(r, \omega) \stackrel{\text{def}}{=} \text{Re}_{G;r}^{(\alpha)}(r; \omega). \quad (8)$$

Радиальное отображение D_r^α не обладает групповым свойством, но коммутирует с ракурсным отображением D_ω^α :

$$D_\omega^\alpha \cdot D_r^\beta = D_r^\beta \cdot D_\omega^\alpha \stackrel{\text{def}}{=} D_{\omega,r}^{\alpha,\beta} = D_{r,\omega}^{\beta,\alpha}. \quad (9)$$

Как следует из определений (5) и (8), формирование радиальных ракурсных аттракторов характеризуется иным структурированием тех же проекционных данных.

На рис. 5 приведено семейство радиальных аттракторов на тех же фазовых плоскостях с тем же набором производных, что и в случаях, приведенном на рис. 3.

Динамика параметрической зависимости от α радиальных статистических множеств аналогична поведению ракурсных аттракторов. Отличие наблюдается в топологии радиальных аттракторов для значений параметра $\alpha = 0.1 \div 0.75$. Оно проявляется в расщеплении стержня у закреплённого конца при отклонении его под воздействием потока, индуцированного радиальным эндоморфизмом. Такое расщепление свойственно всем образцам, приведенным на рис. 1. Расщепление статистического множества точек напоминает гидродинамический поток, обтекающий деформируемое препятствие. На рис. 4b для сравнения представлен аналог аттрактора 5a, построенный по образцу 1d. Радиальное расщепление радоновских проекций на потоке α , индуцированном эндоморфизмом D_r^α , по-видимому, является закономерностью и в совокупности с ракурсным эндоморфизмом D_ω^α может быть использовано для уточнения ориентации системы координат (ω, r) матрицы проекционных данных $\text{Re}_G(r, \omega)$.

5. Ракурсные аттракторы реконструкции обратной проекции Радона на фазовых плоскостях с дробной ФТР

Рассмотрим процесс синтеза прообраза зондируемой области по парциальным радиолокационным проекциям Радона. В данном случае исследуется отображение:

$$\text{Re}_G^{-1}(r, \omega) \xrightarrow{D_\omega^\alpha} \text{Re}^{-1(\alpha)}G; \omega(r, \omega). \quad (10)$$

Следует обратить внимание на то, что $\text{Re}_G^{-1}(r, \omega)$ представляет собой набор парциальных обратных проекций радиолокационного преобразования Радона типа 2b, а не результат синтеза типа 2d. Параметрическая динамика синтеза, спроектированная на фрактальную фазовую плоскость приведена на рис. 6.

Используя вышеизложенную аналогию, можно сказать, что под действием потока, индуцированного параметром α эндоморфизма D_ω^α стержень (статистическое множество) закреплённый в центре, поворачиваясь против часовой стрелки, раздувается в центре и далее по мере роста α рассеивается в вертикальном направлении. Наиболее четко локализация статистического множества проявляется при $\alpha = 2$ (рис 6a, желтый цвет).

Концентрация точек в окрестности начала координат является общей тенденцией для всех образцов рис. 1 и отражает закономерность деформации аттрактора при изменении эндоморфизма. Для сравнения аналог рис. 6a для образца рис. 1d дан на рис. 7a.

Т.о. можно утверждать, что статистические потоки ракурсных аттракторов парциальных инверсных радиолокационных радоновских проекций различных двумерных объектов топологически подобны.

Если сравнить все приведенные выше аттракторы с представленными на рис. 7c–7f аттракторами тестовых образцов, то можно обратить внимание на линейчатый характер графиков последних, обусловленный характером текстуры. Эта особенность проявляется и на других исследованных образцах.

6. Радиальные аттракторы реконструкции обратной проекции Радона

Радиальный аттрактор радоновской инверсии формируется следующим отображением:

$$\text{Re}_G^{-1}(r, \omega) \xrightarrow{D_r^\alpha} \text{Re}_{G;r}^{-1(\alpha)}(r, \omega). \quad (11)$$

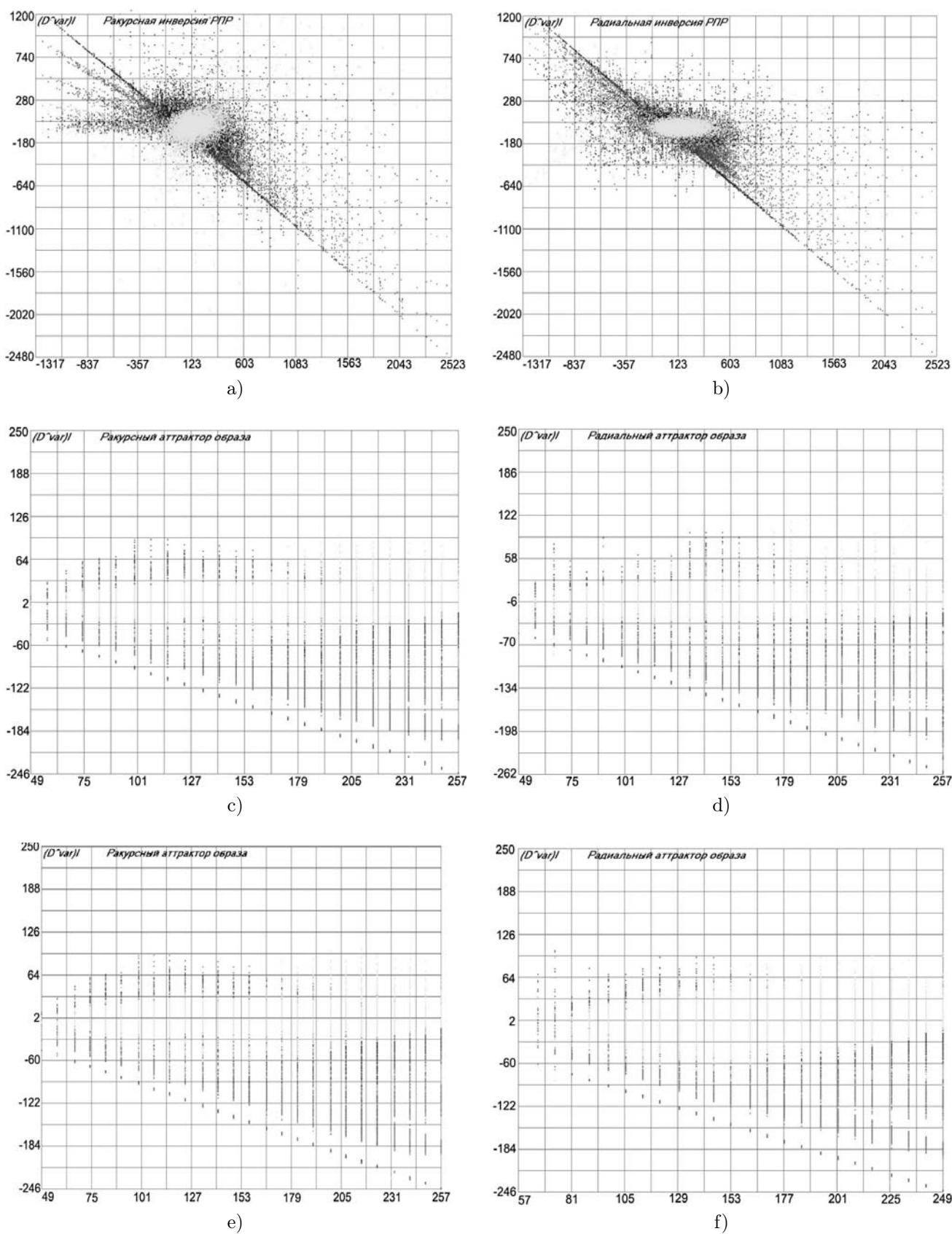


Рис. 7. Ракурсный и радиальный аттракторы. Образец 1d: а) и б) – аттракторы обратного преобразования Радона, с) и д) – аттракторы образа. Образца 1а: е) и ф) – аттракторы образа.

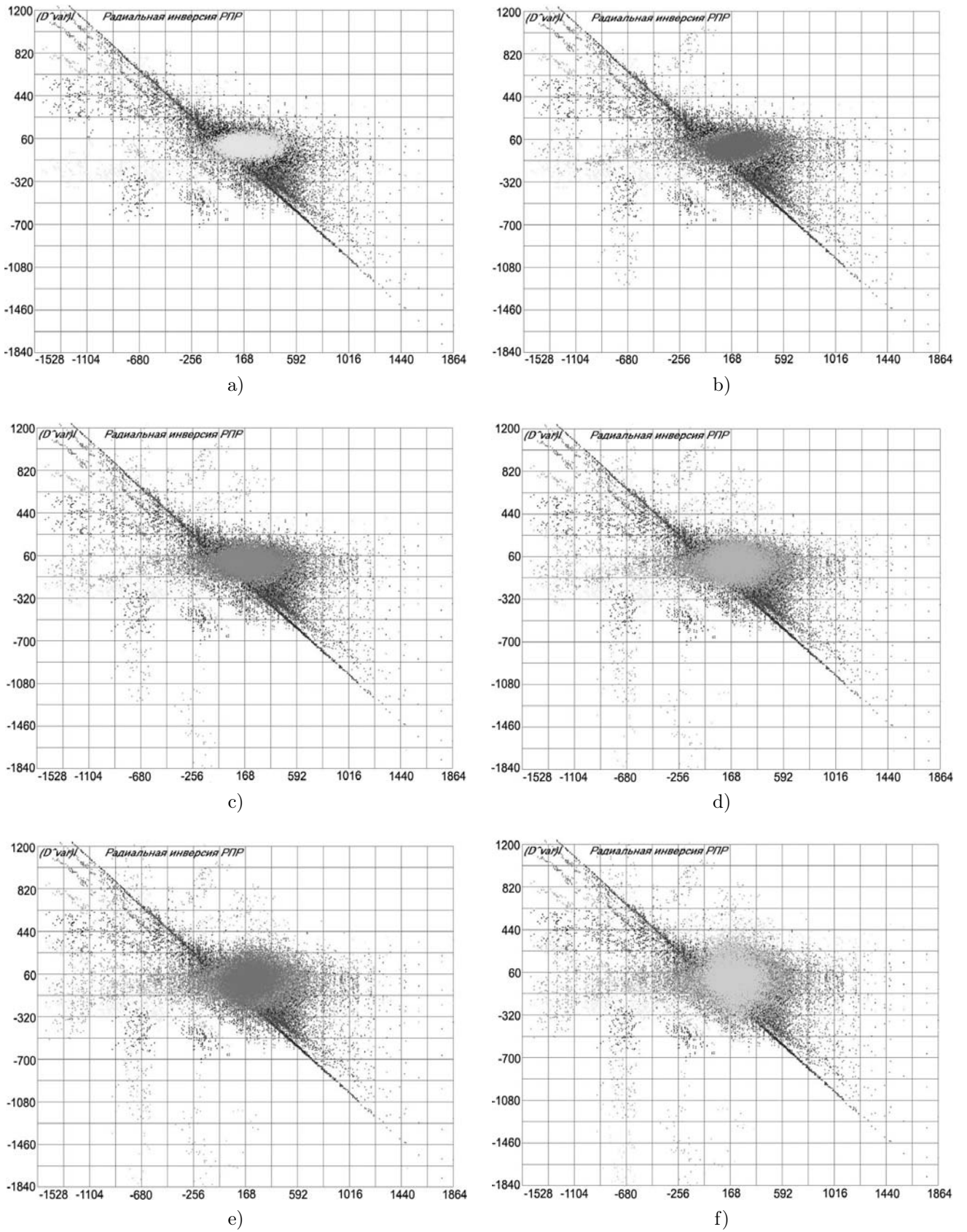


Рис. 8. Радиальные аттракторы инверсного радиолокационного преобразования Радона.

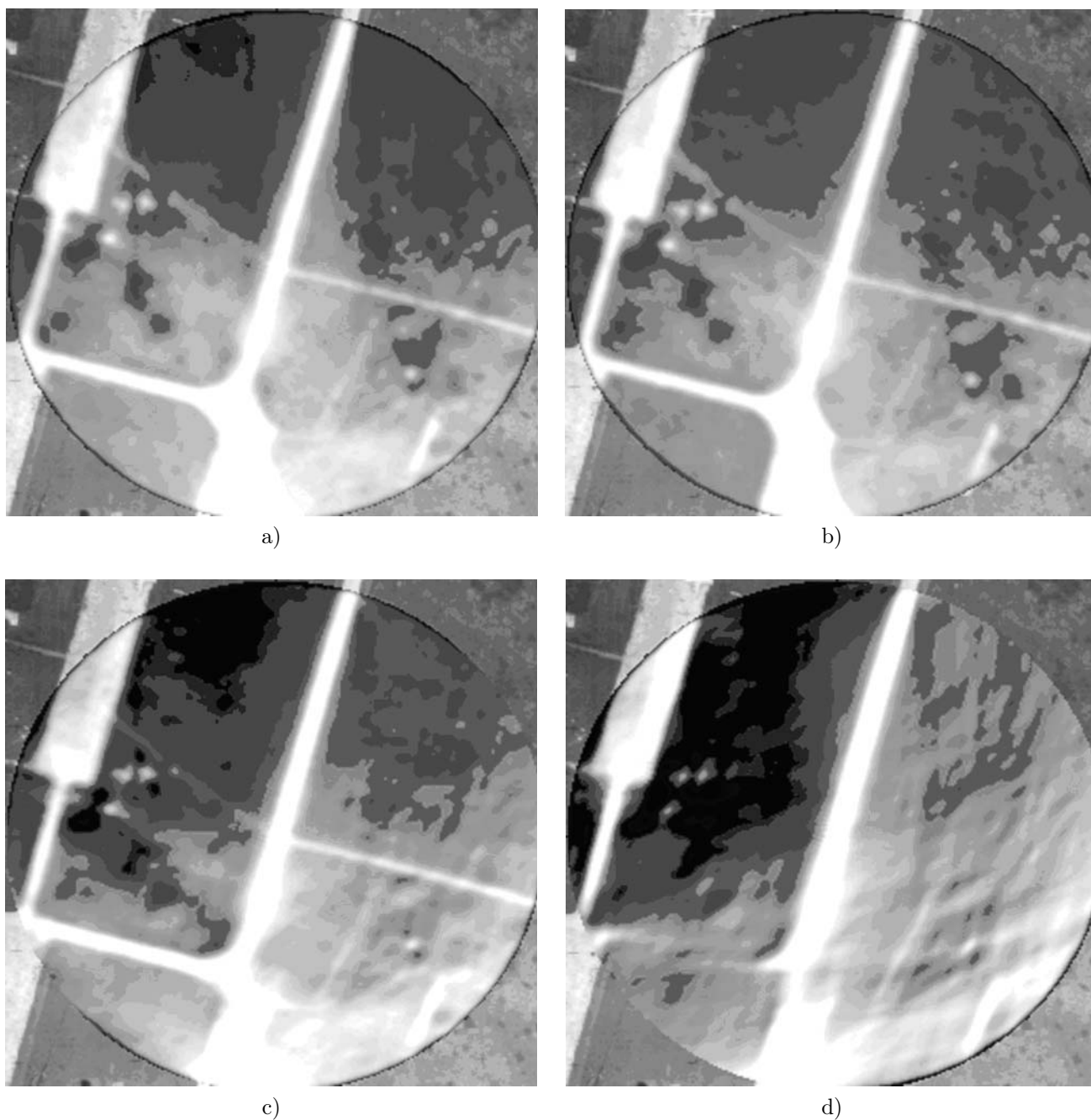


Рис. 9. Обратные проекции, построенные по проекционным данным одинакового объема, полученные с одинаковой дальностью в ракурсных диапазонах 2π , π , $3\pi/4$, $\pi/2$, соответственно. а) – $D = 257$, $M = 720$, $kR = 1$, $R_0 = 600$; б) – $D = 257$, $M = 720$, $kR = 2$, $R_0 = 600$; в) – $D = 257$, $M = 720$, $kR = 0.75$, $R_0 = 600$; г) – $D = 257$, $M = 720$, $kR = 0.5$, $R_0 = 600$.

Ниже на рис. 8 приведено семейство радиальных аттракторов инверсного радиолокационного преобразования Радона.

В рассматриваемом случае, проявляется характерная и для других образцов особенность локализации статистического множества вначале в горизонтальном направлении ($\alpha \leq 5$), а затем симметризация его ($\alpha \geq 6$).

7. Фрактальный алгоритм обратного радиолокационного преобразования Радона

Существует формальная связь между требуемой детальностью реконструируемой обратной проекции Радона и топологической размерностью ФП, в

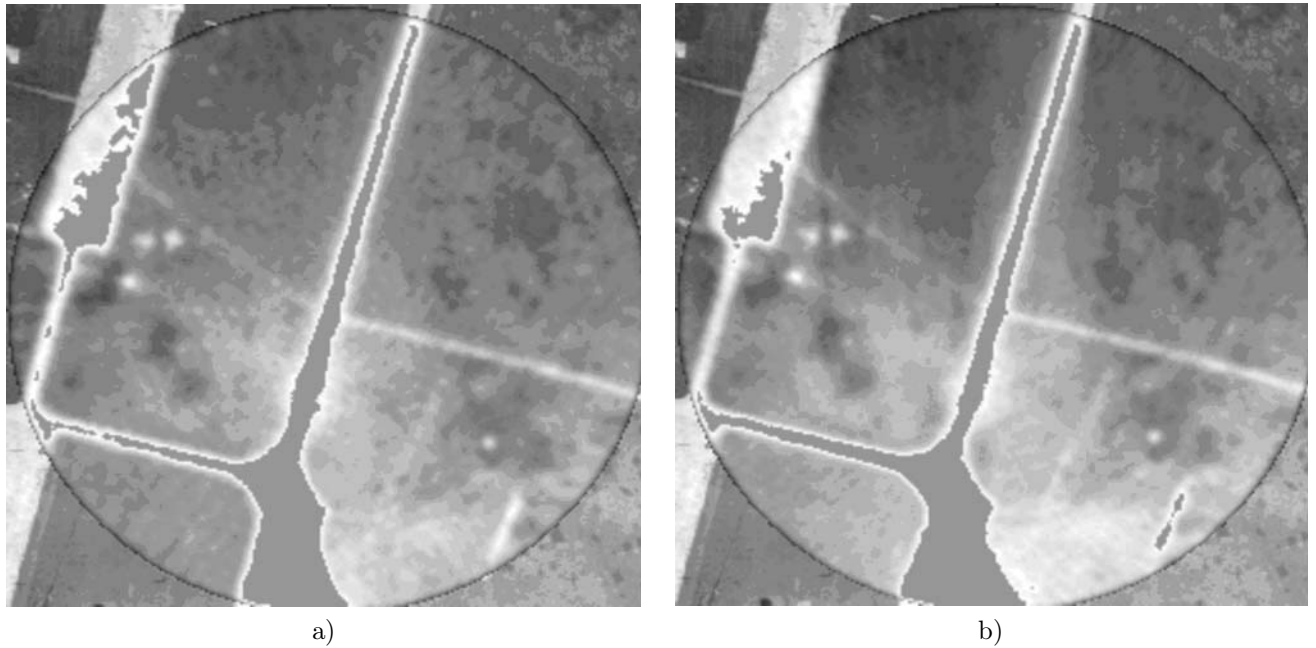


Рис. 10. Влияние формы ракурсной траектории. а) – $D = 257$, $M = 720$, $kR = 2$, траектория гипербола, $Mes = 3.523$; б) – $D = 257$, $M = 720$, $kR = 1$, траектория окружность, $Mes = 7.341$.

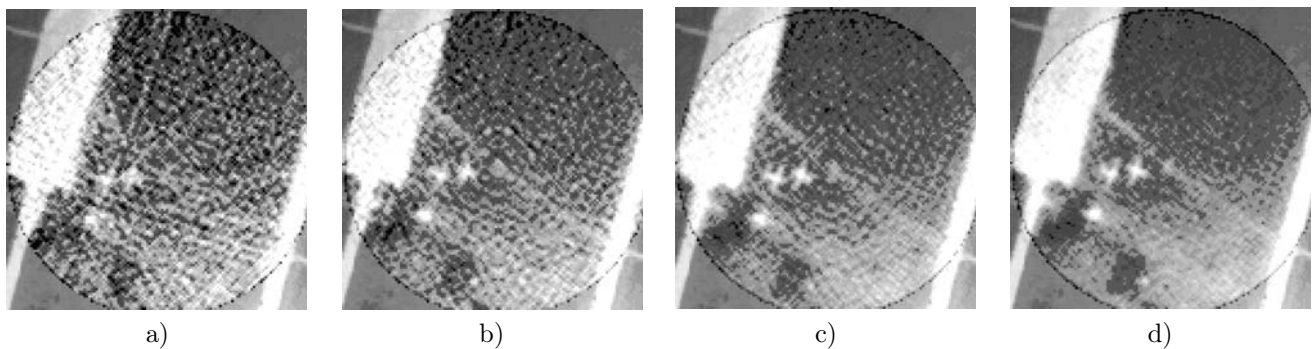


Рис. 11. Образцы обратных функций, построенные по физической размерности пространства при различных объемах проекционных данных. а) – $D = 257$, $M = 16$; б) – $D = 129$, $M = 32$; в) – $D = 257$, $M = 64$; д) – $D = 257$, $M = 128$.

которое погружены проекции Радона. Аналитическое продолжение алгоритма радоновского синтеза импульсного объема отраженного радиолокационного сигнала на фазовые пространства с дробной топологической размерностью может быть реализовано заменой в алгоритме синтеза размерности физического пространства на топологическую размерность фазового пространства, вычисленную по проекционным радиолокационным данным. Размерность физического пространства может быть различна (объемное зондирование – 3, поверхностное зондирование – 2), однако, проекционные данные всегда одномерны. Поэтому, ФТР, вычисленная по алгоритму (1), характеризует топологическую размерность, приходящуюся на одну степень свободы физического пространства. С учетом ска-

занного фрактальный алгоритм синтеза будет выглядеть так:

$$g(x) = \langle \Omega, F_q^{-1} \{ F_r \{ \text{Re } G(r, \omega) \} (\lambda) \times |\lambda|^{nD_f - 1} \cdot H(|\lambda|) \} (q - |x + \omega|) \rangle. \quad (12)$$

Здесь скалярное произведение $\langle \Omega, G \rangle$ представляет собой среднее сферическое гармонической функции G при обходе ее по охватывающей поверхности Ω . Усредняемая гармоническая функция представляет собой обратное одномерное дискретное преобразование Фурье спектра проекционных данных, умноженного на произведение стабилизирующей функции $H(|\lambda|)$ на спектральную функцию $|\lambda|^{nD_f - 1}$, зависящую от размерности физического пространства и ФТР проекционных данных

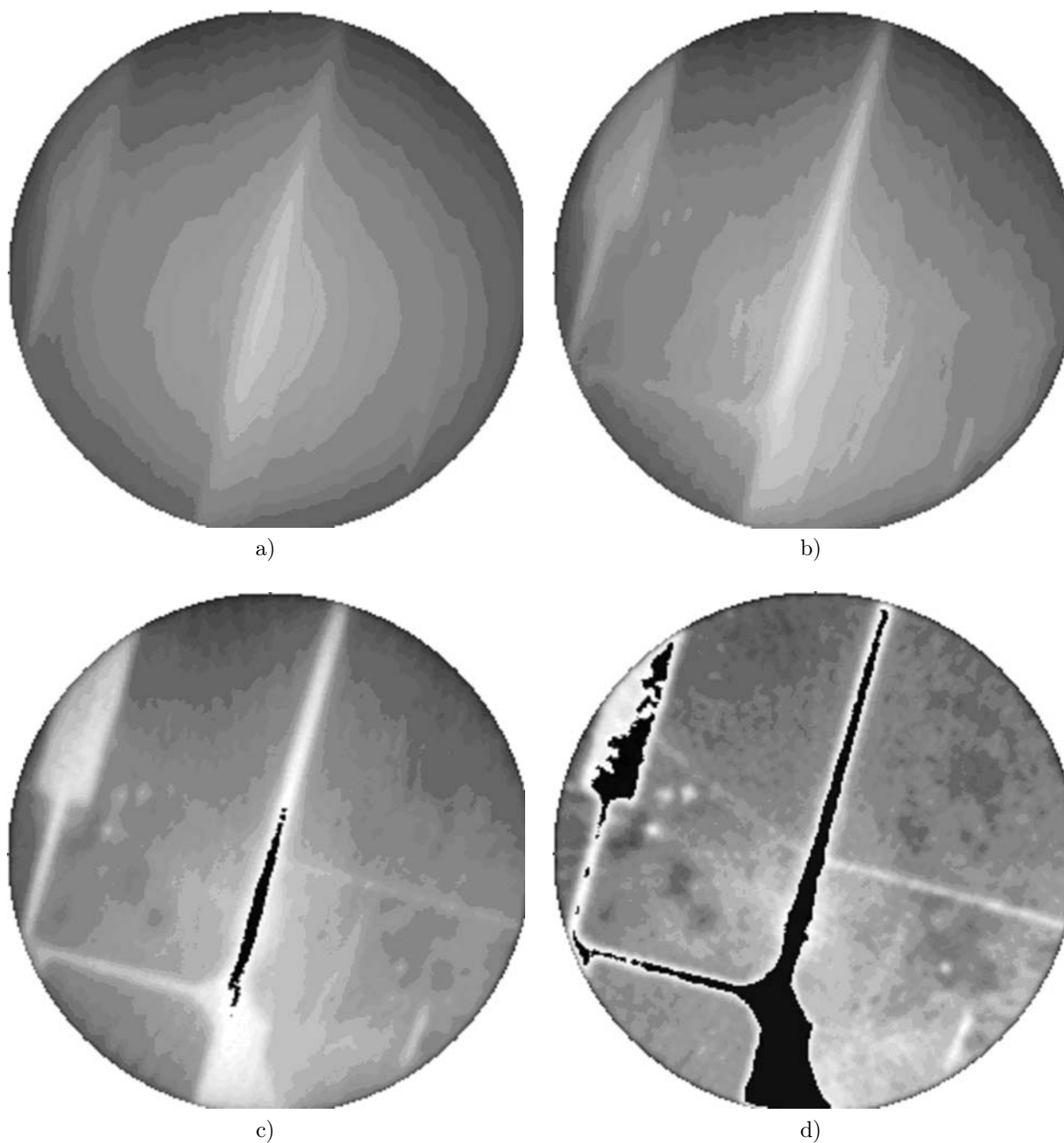


Рис. 12. Обратные проекции Радона в фазовых пространствах дробной ФТР. а) – $m_1 = 49$, $m_2 = 257$, $D_f = 0.9486$; б) – $m_1 = 25$, $m_2 = 257$, $D_f = 0.9829$; в) – $m_1 = 16$, $m_2 = 257$, $D_f = 0.9944$; г) – $m_1 = 49$, $m_2 = 257$, $D_f = 1$.

D_f . Перед усреднением обращенный спектр отображается в физическое пространство подстановкой $q \Rightarrow q - |x + \omega|$, причем, вектор ω должен совпадать с соответствующим аргументом проекционных данных $\text{Re}_G(r, \omega)$. Относительно значения ФТР D_f в зависимости цели реконструкции представляется две возможности. Если интерес представляет изотропный компонент функции обратного рассеяния зондируемой области, то ФТР следует вычислять по всем векторам измерения. В случаях, ко-

гда необходимо учесть анизотропию, для каждой проекции необходимо вычислять индивидуальную ФТР и ее использовать для вычисления соответствующей обратной проекции. На рис. 11 приведены образцы обратных проекций синтезированным по проекционным данным полученным в разных условиях. Приняты следующие обозначения параметров, помещаемых над соответствующим слайдом: D – диаметр реконструируемой области, M – число ракурсных зондирований, kR – ракурсный

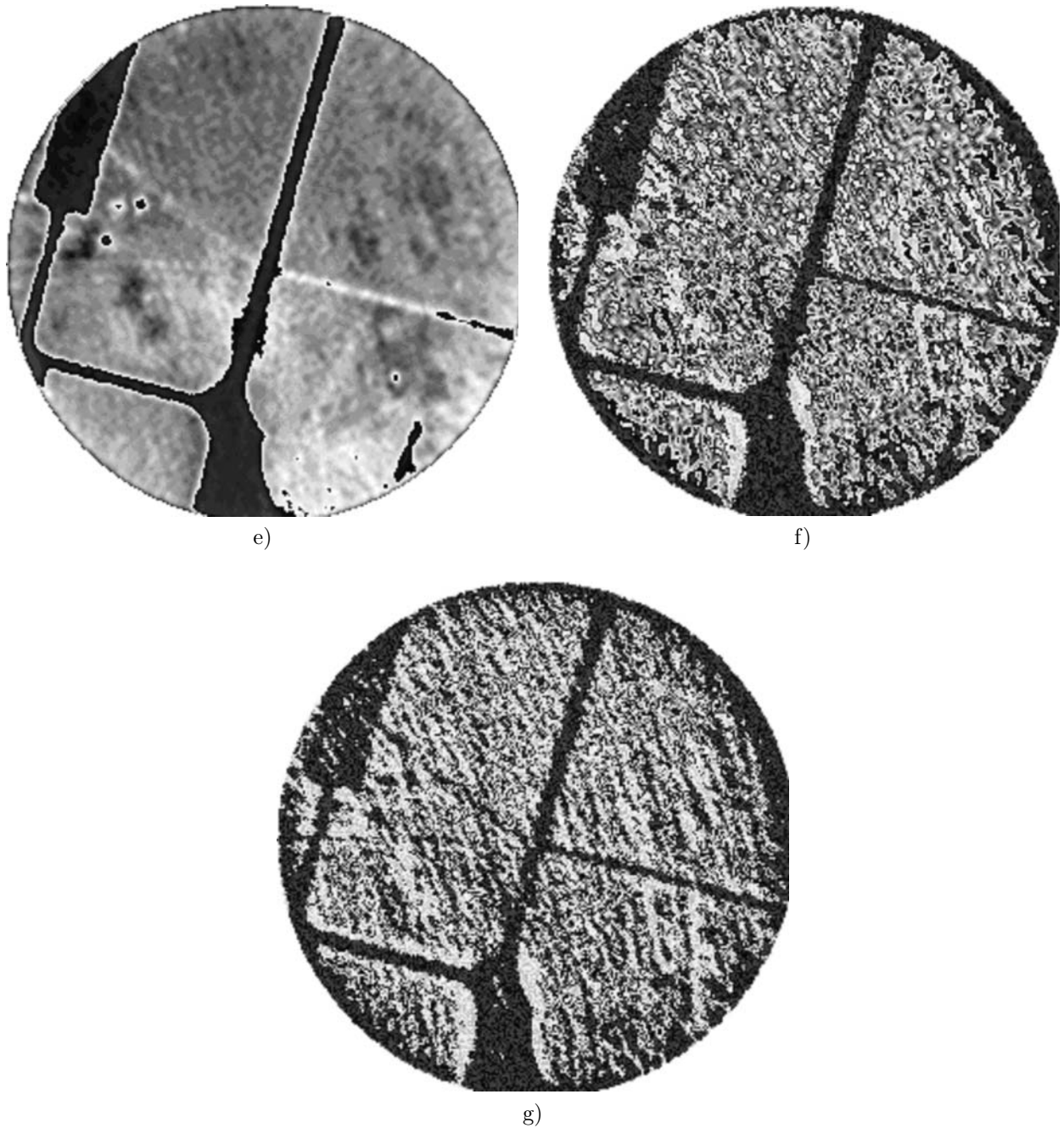


Рис. 12. (продолжение). Обратные проекции Радона в фазовых пространствах дробной ФТР. е) – $m_1 = 9$, $m_2 = 257$, $D_f = 1.0027$; ф) – $m_1 = 4$, $m_2 = 257$, $D_f = 1.0077$; г) – $m_1 = 1$, $m_2 = 257$, $D_f = 1.0099$.

диапазон, численно равный выраженному в радианах углу охвата траекторией зондируемой области, деленному на p . RO – дальность, выраженная числом пикселей, Mes – интегральная мера сходства обратной проекции с оригиналом.

Слайды, для которых приведено значение дальности RO , получены на траекториях обхода в форме окружности.

Значение ФТР для конечной выборки зависит от размеров окрестностей топологического покрытия. Поэтому, детальность обратной проекции долж-

на возрастать по мере уменьшения минимальной окрестности. На рис. 14 приведено семейство обратных проекций, полученных по одним и тем же проекционным данным. Условия получения слайдов отличаются значениями минимальных окрестностей $m = m_1$, по которым вычислялась ФТР D_f .

Из рисунков следует, прообразы, построенные по синтезированным импульсным объемам существенно зависят от численных значений ФТР уже в третьем знаке после запятой. Если выбрать значение D_f никак не связанное со значениями окрестностей

РПР, то искажения будут столь существенными, что прообраз в искаженном виде нельзя будет идентифицировать. С другой стороны, если это произвольное (случайное) значение известно на приемном конце канала, по которому канализируется обратная проекция, то оригинальное значение может быть восстановлено. Преднамеренное погружение обратных проекций во фрактальное ФП со случайным для наблюдателя, но известным получателю значением ФТР, может быть использовано для криптостойкой передачи информации по каналам связи.

8. Выводы

Предложен фрактальный эндоморфизм для анализа проекционных данных радиолокационных преобразований Радона и их обратных проекций. Показано, что фрактальный эндоморфизм позволяет идентифицировать данные радоновского типа и адекватно интерпретировать в радоновских данных физический смысл строк и столбцов.

Показано, что ФТР может быть использована при изучении не изотропных рассеивателей, а также для кодирования растровой и иной информации.

Статья получена 12 мая 2005

Список литературы

- [1] Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации. – М.: Логос. – 2002. – 664 с. (Изд. 1-е).
см. также: Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки. – М.: Университетская книга. – 2005. – 848 с. (Изд. 2-е, перераб. и доп.).
- [2] Opalenov Yu.V., Potapov A.A., Sokolov A.V. Solid Digital Millimeter Wave Radar with Phasemanipulated Signal // Final Programme PIERS – Workshop on Advances in Radar Methods (Italy, Baveno). European Commission: Joint Research Centre. – 1998. – P. 96.
- [3] Опаленов Ю.В., Потапов А.А. Стохастические сигналы и преобразование Радона при получении растровых радиолокационных изображений микроволновым цифровым радиолокатором с фрактальной обработкой информации // Радиотехника и электроника. – 2000. – Т. 45, № 12. – С. 1447–1458.
- [4] Опаленов Ю.В., Потапов А.А. Фракталы, преобразование Радона в радиолокаторах с обработкой на несущей частоте и перспективы их применения. // Успехи современной радиоэлектроники. – 2001. – № 4. – С. 3–15.
- [5] Опаленов Ю.В., Потапов А.А. Радиолокационная радонометрия и фрактальная топология // Труды X Международной конференции по Спиновой электронике и Гировекторной электродинамике. – М.: изд. УНЦ-1, МЭИ (ТУ). – 2001. – С. 226–258.
- [6] Опаленов Ю.В., Потапов А.А. Статистическая структура фрактальной радиолокационной радонометрии // Труды Второго международного конгресса "Нелинейный динамический анализ". – М.: изд. МАИ. – 2002. – С. 230.
- [7] Опаленов Ю.В. Преобразование Радона в радиолокационных системах. // Труды XI Международной конференции по Спиновой электронике и Гировекторной электродинамике. – М.: МЭИ. – 2002. – С. 221–246.
- [8] Опаленов Ю.В. Радиолокационная радонометрия на изодалях с римановой топологией. // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2003. – Т. 8, № 3. – С. 9–15.
- [9] Опаленов Ю.В. Уравнение радиолокационной радонометрии. // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2003. – Т. 8, № 3. – С. 4–8.
- [10] Опаленов Ю.В., Потапов А.А., Соколов С.А. Современные информационные технологии в радиолокационном комплексе нового поколения для исследования природных ресурсов. // Журнал радиоэлектроники, ИРЭ РАН. – 2003. – №1. <http://jre.cplire.ru/jre/jan03/2/text.html>. – Электронный журнал ИРЭ РАН.
- [11] Опаленов Ю.В., Потапов А.А. Эффективность нового метода радиолокации на основе радоновского преобразования // Коллективная монография "Вопросы перспективной радиолокации". / Под ред. док. техн. наук, проф. А.В. Соколова – М.: Радиотехника. – 2003. – С. 132–148.
- [12] Опаленов Ю.В., Потапов А.А. Фрактальные и радоновские преобразования в радиолокаторах нового поколения // Коллективная монография "Вопросы перспективной радиолокации". / Под ред. док. техн. наук, проф. А.В. Соколова. – М.: Радиотехника. – 2003. – С. 149–177.

- [13] Опаленов Ю.В. Аффинное преобразование Радона на фрактальных структурах радиолокационного раstra со скалярными пикселями. // Радиотехника. – 2003, – № 5. – С. 3–6.
- [14] Опаленов Ю.В. Фазированная антенная решетка на КВЧ компараторах в геофизических измерительных комплексах дистанционного зондирования // Антенны. – 2003. – № 3–4. – С. 73–77.
- [15] Опаленов Ю.В. О ракурсной радиолокационной радонометрии. // Нелинейный мир. – 2003. – Т. 1, № 1–2. – С. 55–58.
- [16] Опаленов Ю.В. Локальный алгоритм синтеза импульсного объема в ближней радонометрии. // Радиотехника. – 2003. – № 10. – С. 27–28.
- [17] Опаленов Ю.В., Потапов А.А. Способ синтеза радиолокационного изображения и устройство для его осуществления. Патент РФ №2211461. Приоритет от 18.06.2001. Выдан 27.08.2003. RU 2211461 С2. МПК 7 G01S 13/90.
- [18] Opalenov Y.V., Potapov A.A. Radiophysical Interpretation Radon of Representations // Proc. XI Int. Scientific-Research Conf. "Radiolocation, Navigation, Communication". Voronezh, Russia: NPF "Sakvoee". – 2005. – P. 312–326.