Аномалии Переноса в Отражательно Неинвариантной Турбулентности

А.В.Чечкин,
ННЦ Харьковский физико-технический институт
ул. Академическая 1, Харьков 310108 Украина
В.В. Яновский
Институт монокристаллов НАН Украины
310001, Харьков, Украина, e-mail:yanovsky@ISC.UA
А.В.Тур,
Observatoire Midi–Pyrenees, 14, av. Edouard–Belin,
F31400 Toulouse, France

Содержание

Аннотация

Получено уравнение, описывающее эволюцию средней концентрации пассивной примеси в локально однородной изотропной отражательно неинвариантной турбулентности. Показано, что в такой турбулентности возникает аномальный конвективный поток, который является величиной того же порядка (по временным масштабам), что и турбулентный диффузионный поток. Направление аномального конвективного потока не совпадает с направлением среднего течения. Рассмотрены естественные физические примеры, когда направление аномального конвективного потока перпендикулярно направлению среднего течения.

1. Введение

Изучению переноса пассивной примеси в турбулентной среде посвящено много работ, см., напр. [1,2,3]. Интерес к этой проблеме обусловлен ее важностью и глубокими теоретическими задачами, связанными с ее решением. Глубже всего разработана теория переноса в однородной и изотропной турбулентности. Это объясняется успехами в понимании свойств этого типа турбулентности. Один из первых результатов, ставший уже классическим, закон Ричардсона [4] (закон 4/3), который определяет коэффициент относительной диффузии в колмогоровской турбулентности [5]. Возникновение новых идей, связанных с фрактальной природой зон диссипации [6-8], привело к обобшению закона Ричардсона [9,10].

Сравнительно недавно в расчетах аномальных коэффициентов переноса стали активно применяться методы теории поля. Наиболее эффективным, по-видимому, является метод ренормгруппы [11,12].

В общем случае, перенос пассивной примеси в турбулентной среде определяется двумя эффектами. Один из них - диффузионное расширение облака примеси. Такое расширение возникает благодаря появлению диффузионного потока $\vec{J_D} = -D_T\nabla\langle C\rangle$, где $\langle C\rangle$ - средняя концентрация пассивной примеси. Коэффициент D_T при градиенте концентрации (в общем случае это тензор) есть коэффициент турбулентной диффузии. Он определяет количественные характеристики расширения облака пассивной примеси.

Перенос облака как целого с изменением положения его центра определяется конвективным потоком $\vec{J_e} = \vec{V}\langle C\rangle$, где $\vec{V}$ - скорость, которая определяет значение и направление конвективного потока пассивной примеси.

В однородной изотропной турбулентности конвективный поток отсутствует, и эволюция пассивного скаляра определяется только диффузионным потоком. Множество работ посвящено вычислению турбулентного коэффициента диффузии именно для этого случая (см., напр., [2, 3, 13–15]). Случай локально однородной изотропной турбулентности с $\langle\vec{V}\rangle = const$ сводится к предыдущему случаю, если перейти в систему отсчета, движущуюся со скоростью $\langle\vec{V}\rangle$. В этом случае конвективный поток тривиален, $\vec{J}_e = \langle\vec{V}\rangle\langle C\rangle$, и перенос облака как целого определяется значением и направлением скорости $\langle\vec{V}\rangle$.

Более интересные эффекты, связанные с конвективным переносом, могут появиться в случае слабой пространственной зависимости $\langle\vec{V}\rangle$. В этом случае нельзя перейти в систему отсчета, движущуюся со скоростью среды.

В нашей работе показано, что для возникновения нетривиальных эффектов недостаточно слабой пространственной зависимости средней скорости. Необходимо принять во внимание более тонкие свойства турбулентности. В возникновении нетривиальных эффектов свойство спиральности турбулентности играет принципиальную роль. Спиральная турбулентность характеризуется наличием отличного от нуля псевдоскаляра $\langle\vec{V} curl \vec{V}\rangle$ (спиральность). В спиральной турбулентности нарушается отражательная симметрия, причем, это свойство не восстанавливается в развитой турбулентности [16]. Важная роль спиральности обусловлена ее топологической природой (см., напр., [17–19]). Отличие спиральности от нуля означает зацепление вихревых линий поля скорости, то-есть нетривиальную топологию этого поля.

При наличии спиральной турбулентности происходит существенная перестройка классических неустойчивостей, например, конвективной неустойчивости [20]. Возможно, именно с этой неустойчивостью связано рождение тайфунов [21].

В нашей работе обсуждаются особенности переноса пассивной примеси в отражательно неинвариантной турбулентности. Главное внимание уделяется выводу уравнения для средней концентрации и качественным эффектам, обусловленным спиральностью. Из соображений симметрии можно понять, что для возникновения новых эффектов, помимо спиральности, необходимы дополнительные факторы, например, неоднородность средней скорости. В определенном смысле это означает, что мы, тем самым, имеем дело с более реалистической турбулентностью.

Таким образом, в нашей работе изучается перенос пассивной примеси в турбулентности со средней скоростью, зависящей от координат. Турбулентные флуктуации предполагаются отражательно неинвариантными и мелкомасштабными (по сравнению с характерным масштабом среднего течения).

С помощью многомасштабного формализма получено уравнение, которое описывает эволюцию средней концентрации пассивной примеси в такой турбулентной среде. В полученном уравнении содержатся два аномальных слагаемых, описывающих, соответственно, турбулентную диффузию и турбулентный конвективный перенос. Коэффициент турбулентной диффузии и аномальная конвективная скорость зависят от средней скорости. Коэффициент турбулентной диффузии не зависит от спиральности. Таким образом, отражательно инвариантная турбулентность приводит только к усилению диффузионных потоков. Роль отражательной неинвариантности турбулентности более радикальна, потому что в такой турбулентности формируются новые конвективные потоки. Следует отметить, что направление новых конвективных потоков не совпадает с направлением средней скорости. Другими словами, влияние нетривиальной топологии турбулентного поля скорости проявляется в изменении направления и величины конвективного потока пассивной примеси. В статье детально обсуждается этот эффект.

Возникновение новых конвективных потоков может оказаться принципиальным для понимания переноса примеси в астрофизических и геофизических явлениях.

2. Усредненное уравнение переноса пассивной примеси

В качестве исходного мы используем уравнение переноса пассивной примеси. Запишем это уравнение, полагая, что все величины безразмерны:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{V}\nabla C = D_M \nabla C, \tag{1}$$

где $C(\vec{x}, t)$ - поле концентрации пассивной примеси, D_M - коэффициент молекулярной диффузии, $\vec{V}(\vec{x}, t)$ - несжимаемое поле скорости, $div\vec{V} = 0$, которое может быть представлено в виде

$$\vec{V} = \langle\vec{V}\rangle + \delta\vec{V} \quad , \tag{2}$$

где $\langle\vec{V}\rangle$ -скорость среднего течения, которая предполагается зависящей от $\vec{x}, \delta\vec{V}(\vec{x}, t)$ - турбулентное поле скорости, символ $\langle\ \ \rangle$ означает усреднение по реализациям стохастического поля скорости. Уравнение (1) может быть записано в более фундаментальной форме как уравнение непрерывности:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + div\vec{J} = 0 \quad , \tag{3}$$

где

$$\vec{J} = \vec{V}C - D_M \nabla C \qquad (4)$$

есть вектор потока примеси.

Запись уравнения переноса в виде (3), (4) является наиболее общей и физически содержательной. Она позволяет правильно разделить слагаемые согласно их физическому смыслу [22]. Первое слагаемое в уравнении [4] описывает конвективный перенос примеси, то-есть начальное распределение примеси $C(\vec{x},t)$ переносится со скоростью $\vec{V}(\vec{x},t)$, в то время как второе слагаемое в уравнении (4) описывает расширение начального распределения вследствие молекулярной диффузии.

Наша задача - получить уравнение для средней концентрации $\langle C\rangle$. Для этого мы используем естественное физическое допущение, что характерные пространственные и временные масштабы турбулентных флуктуаций намного меньше характерных пространственных и временных масштабов усредненных величин. Это допущение позволяет нам использовать метод многомасштабных разложений [23] для вывода усредненного уравнения диффузии. Мы вводим "медленные" переменные $\vec{X}, T_i, i = 1,2,...$, которые описывают усредненные величины, и быстрые переменные $\vec{x}, t$, которые описывают мелкомасштабные турбулентные флуктуации. $\vec{x}, t$ связаны с $\vec{X}, T_i$ следующим образом:

$$\vec{X} = \varepsilon\vec{x}; \quad T_i = \varepsilon^i t \quad , \qquad (5)$$

и

$$\frac{\partial}{\partial\vec{x}} \to \frac{\partial}{\partial\vec{x}} + \varepsilon\frac{\partial}{\partial\vec{X}}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \to \frac{\partial}{\partial t} + \varepsilon\frac{\partial}{\partial T_1} + \varepsilon^2\frac{\partial}{\partial T_2} + ... \quad .$$

ε есть малый параметр, характеризующий отношение масштабов турбулентных флуктуаций и среднего течения. Введение одного пространственного масштаба и набора временных масштабов означает, что мы ограничиваемся рассмотрением процессов, имеющих пространственный масштаб порядка масштаба среднего течения, и, в то же время, хотим проследить эволюцию этих процессов "достаточно далеко" во времени.

В рамках многомасштабного формализма решение уравнения (1) (или (3)) может быть найдено в виде функции, зависящей от быстрых и медленных переменных, причем эти переменные считаются независимыми. Решение ищется в виде асимптотического ряда по степеням ε :

$$C = \langle C\rangle + \varepsilon C_1 + \varepsilon^2 C_2 + ... \quad , \qquad (6)$$

где $\langle C\rangle$ - средняя концентраия, зависящая только от медленных переменных $\vec{X}, T_i$; $C_i, i = 1,2,...$ зависят как от быстрых, так и от медленных переменных (из уравнения нулевого приближения следует, что флуктуационная часть нулевого приближения может быть положена равной нулю). Выпишем уравнения следующих двух приближений:

$$O(\varepsilon): \frac{\partial C_1}{\partial t} + \frac{\partial\langle C\rangle}{\partial T_1} + \langle\vec{V}\rangle\frac{\partial C_1}{\partial\vec{x}} +$$

$$+\delta\vec{V}\frac{\partial\langle C\rangle}{\partial\vec{X}} + \langle\vec{V}\rangle\frac{\partial\langle C\rangle}{\partial\vec{X}} + \delta\vec{V}\frac{\partial C_1}{\partial\vec{x}} = D_M\frac{\partial^2 C_1}{\partial\vec{x}^2}, \qquad (7)$$

$$O(\varepsilon^2): \frac{\partial C_2}{\partial t} + \frac{\partial C_1}{\partial T_1} + \frac{\partial\langle C\rangle}{\partial T_2} + \langle\vec{V}\rangle\frac{\partial C_2}{\partial\vec{x}} + \delta\vec{V}\frac{\partial c_2}{\partial\vec{x}} +$$

$$+\langle\vec{V}\rangle\frac{\partial C_1}{\partial\vec{X}} = 2D_M\frac{\partial^2 C_1}{\partial\vec{x}\partial\vec{X}} + D_M\frac{\partial^2\langle\vec{V}\rangle}{r\partial\vec{X}^2} + D_M\frac{\partial^2 C_2}{\partial\vec{x}^2} \quad . \qquad (8)$$

Для средней концентрации в нулевом приближении уравнения эволюции на медленных временах T_1, T_2 получаются из уравнений (7), (8) при формулировке условий их разрешимости (секулярных условий):

$$\frac{\partial\langle C\rangle}{\partial T_1} + \langle\vec{V}\rangle\frac{\partial\langle C\rangle}{\partial\vec{X}} = 0 \quad . \qquad (9)$$

$$\frac{\partial\langle C\rangle}{\partial T_2} = D_M\frac{\partial^2\langle C\rangle}{\partial\vec{X}^2} - \langle\vec{V}\frac{\partial C_1}{r\partial\vec{X}}\rangle \quad . \qquad (10)$$

Уравнение для C_1 получаются путем вычитания уравнения (9) из уравнения (7). Затем, мы решаем уравнение для C_1 формально, используя функцию Грина, и подставляем решение в уравнение (10). Таким образом, получаем

$$\frac{\partial\langle C\rangle}{\partial T_2} = D_M\frac{\partial^2\langle C\rangle}{\partial\vec{X}^2} + \frac{\partial}{\partial X_1}\Pi_{ij}\frac{\partial}{\partial X_j}\langle C\rangle, \quad . \qquad (11)$$

где

$$\Pi_{ij} = \int dt' \int d\vec{x}' \langle G\delta V_i(\vec{x},t)\delta V_j(\vec{x}',t')\rangle \quad , \qquad (12)$$

а функция Грина удовлетворяет уравнению

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \left(\langle\vec{V}\rangle + \delta\vec{V}\right)\frac{\partial}{\partial\vec{x}} - D_M\frac{\partial^2}{\partial\vec{x}^2}\right]G = \delta(\vec{x}-\vec{x}')\delta(t-t') \quad . \qquad (13)$$

Уравнение (9) описывает эволюцию $\langle C\rangle$ на временах порядка ε^{-1} . Оно иллюстрирует достаточно очевидный факт, что, если средняя скорость потока отлична от нуля, то конвективный перенос со средней скоростью является основным эффектом. Уравнение (11) описывает эволюцию $\langle C\rangle$ на временах порядка ε^{-2} . Таким образом, турбулентные потоки существенны на временах порядка ε^{-2} .

В общем случае тензор Π_{ij} может быть представлен в виде суммы симметричной $\Pi^S_{ij} \equiv D_{ij}$ и антисимметричной Π^A_{ij} частей. Тогда уравнение (11) может быть записано в явной форме с выделением диффузионого и конвективного потоков:

$$\frac{\partial\langle C\rangle}{\partial T_2} + \frac{\partial}{\partial X_i}\left[W_i\langle C\rangle - D_{ij}\frac{\partial\langle C\rangle}{\partial X_j} - D_M\ \frac{\partial\langle C\rangle}{\partial X_j}\right] = 0 \qquad (14)$$

где $W_i = \partial \Pi^A_{ij} / \partial X_j$.

Таким образом, мы продемонстрировали, что усредненное уравнение переноса на временах порядка ε^{-2} содержит два главных турбулентных эффекта, а именно, турбулентный диффузионный поток $-D_{ij}\partial\langle C\rangle/\partial X_j$ и аномальный конвективный поток $\vec{W}\langle C\rangle$.

Турбулентная диффузия приводит к расплыванию пространственного распределения примеси, характерный размер облака примеси растет пропорционально корню квадратному из времени. Конвективный поток приводит к переносу центра распределения примеси в пространстве, координата центра изменяется прямо пропорционально времени. Поэтому на достаточно больших временах эффект конвективного переноса преобладает над эффектом турбулентной диффузии.

3. Обобщенная спиральность и аномальный конвективный поток

Покажем, что конвективный поток отличен от нуля для локально однородной отражательно неинвариантной турбулентности.

Начнем со случая однородной изотропной отражательно неинвариантной турбулентности $\delta\vec{V}(\vec{x},t)$. Вследствие инвариантности статистических характеристик турбулентности относительно сдвигов и вращений, корреляционный тензор $\langle\delta V_i \delta V_j\rangle$, в общем случае, является линейной комбинацией элементарных тензоров $\delta_{ij}, r_i r_j (\vec{r} = \vec{x} - \vec{x}')$ и псевдотензора $\varepsilon_{ijl} r_l$, умноженных на коэффициенты, зависящие от $|\vec{r}|$, который также инвариантен относительно преобразований, указанных выше. Важно отметить, что коэффициенты при δ_{ij} и $r_i r_j$ являются скалярами, тогда как коэффициент при $\varepsilon_{ijl} r_l$ есть псевдоскаляр. Это обстоятельство является следствием инвариантости тензора $\langle\delta V_i \delta V_j\rangle$ также и относительно отражений координатных осей. Тем не менее, несмотря на то, что тензор $\langle\delta V_i \delta V_j\rangle$ инвариантен относительно отражений, псевдоскаляр, входящий в него, также является корреляционным моментом поля скорости. В данном случае он совпадает со спиральностью. Этот момент неинвариантен относительно отражений. Турбулентность, которая обладает ненулевыми корреляционными моментами, неинвариантными относительно отражений осей, естественно называть отражательно неинвариантной.

Далее нас будет интересовать явный вид тензора Π_{ij} . Рассмотрим тензор $\langle G\delta V_i \delta V_j\rangle$, входящий в Π_{ij} . Стохастическое поле $\delta\vec{V}$, по-прежнему, однородно и изотропно. Тем не менее, функция Грина G зависит от вектора $\langle\vec{V}\rangle$ и, следовательно, общая форма тензора $\langle G\delta V_i \delta V_j\rangle$ является более сложной, чем у тензора, описанного выше. Рассматриваемый теперь случай близок к случаю осесимметричной турбулентности [24]. Иначе говоря, возрастает число элементарных тензоров, которые определяют общую форму тензора $\langle G\delta V_i \delta V_j\rangle$. Записывая все возможные элементарные тензоры и псевдотензоры, а именно, $\delta_{ij}, r_i r_j, r_l\langle V_j\rangle$, $\langle V_i\rangle\langle V_j\rangle, \varepsilon_{ijl} r_l, \varepsilon_{ijl}\langle V_l\rangle$ и т.д., см. [24], с коэффициентами, зависящими от $|\vec{r}|, \left|\langle\vec{V}\rangle\right|$ и $\vec{r}\cdot\langle\vec{V}\rangle$ (инвариантные комбинации векторов $\vec{r}$ и $\langle\vec{V}\rangle$), мы получаем общую форму тензора $\langle G\delta V_i \delta V_j\rangle$. После интегрирования по пространственным координатам, мы приходим к выражению для тензора Π_{ij} :

$$\Pi_{ij} = \int_0^\infty d\tau \left\{ A_i \delta_{ij} + A_2 \langle V_i\rangle\langle V_j\rangle + H\varepsilon_{ijl}\langle V_l\rangle \right\} \quad , \tag{15}$$

где A_1, A_2 являются скалярными функциями $\left|\langle\vec{V}\rangle\right|$, τ , тогда как H есть псевдоскалярная функция. Члены с A_1, A_2 симметричны по индексам i, j , и они определяют турбулентную диффузию, то-есть слагаемое D_{ij} в уравнении (14). Если средняя скорость равна нулю, в уравнении (15) остается только слагаемое с A_1 . Если средняя скорость отлична от нуля, тогда в турбулентном коэффициенте диффузии появляется слагаемое с A_2 . Этот член описывает влияние средней скорости на процесс диффузии. Однако, последнее слагаемое в уравнении (15) приводит к более радикальным последствиям. Это слагаемое антисимметрично по индексам i, j и, как это следует из приведенных выше рассуждений, приводит к аномальному конвективному потоку:

$$W_1 = \frac{\partial D^A_{ij}}{\partial X_j} = G_1 \left(\nabla \left|\langle\vec{V}\rangle\right| \times \langle\vec{V}\rangle \right)_i + G_2 curl_i \langle\vec{V}\rangle \quad , \tag{16}$$

где

$$G_1\left(\left|\langle\vec{V}\rangle\right|\right) = \int_0^\infty d\tau \frac{\partial}{\partial\left|\langle\vec{V}\rangle\right|} H\left(\left|\langle\vec{V}\rangle\right|, \tau\right) \quad , \tag{17}$$

$$G_2(|\langle\vec{V}\rangle|) = \int_0^\infty d\tau H(|\langle\vec{V}\rangle|, \tau) \quad . \tag{18}$$

Обратимся к выяснению физического смысла псевдоскаляра H . Отличие H от нуля означает существование некоторых корреляционных моментов поля $\delta\vec{V}$, меняющих знак при отражении осей координат. Именно такие моменты входят в H . В этом смысле величина H есть мера отражательной неинвариантности рассматриваемой турбулентности. Мы называем ее обобщенной сиральностью, поскольку "обычная" спиральность обладает тем же свойством. Более того, если разложить функцию Грина по степеням $\delta\vec{V}$, тогда, в нулевом приближении, H пропорциональна обычной спиральности.

Таким образом, эффект аномального конвективного переноса возникает в отражательно неинвариантной турбулентности, а величина конвективного потока определяется обобщенной спиральностью, которая, в частности, отлична от нуля для турбулентности, обладающей обычной спиральностью. Заметим также, что галилеевская инвариантность уравнения (15) может быть легко доказана.

Явные выражения для турбулентной диффузии и аномального конвективного потока могут быть получены для различных предельных случаев путем решения уравнения (13) для функции Грина с помощью различных методов. Например, это уравнение может быть решено путем разложения по степеням флуктуаций скорости, либо, с использованием допущения о гауссовости флуктуаций скорости и применением формулы Фуруцу-Новикова; можно воспользоваться разложением по малому числу Пекле и т.д. Простейшее выражение может быть получено, если мы пренебрежем флуктуациями скорости и молекулярной диффузией в уравнении (13) (это соответствует нулевому приближению диаграмной техники). Тогда в уравнениях (16)-(18)

$$H\left(\left|\langle\vec{V}\rangle\right|,\tau\right) \to g\left(\left|\langle\vec{V}\rangle\right|\tau,\tau\right)$$

где величина

$$g(0,0) = \frac{1}{6}\langle\delta\vec{V}(\vec{x},t)\cdot curl\delta\vec{V}(\vec{x},t)\rangle$$

совпадает (с точностью до численного множителя) с плотностью обычной спиральностью.

Интересно рассмотреть этот эффект для двух частных случаев, когда направление аномального конвективного потока ортогонально направлению потока $\langle\vec{V}\rangle\langle C\rangle$:

1. Градиент средней скорости перпендикулярен ее направлению. Такая ситуация реализуется, например, в турбулентном пограничном слое, когда средняя скорость параллельна, а градиент скорости перпендикулярен к поверхности. В этом случае аномальный конвективный поток направлен "вбок", то-есть вдоль третьей координаты параллельно поверхности. Интересно отметить аналогию этого эффекта с эффектом "спирального ускорения", обнаруженном нами ранее [25]: пучок частиц с неоднородным профилем скорости, находящийся во внешнем стохастическом спиральном поле, генерирует новый поток частиц в поперечном направлении.

   Таким образом, в однородной изотропной отражательно неинвариантной турбулентности с градиентом средней скорости, наряду с расплыванием облака пассивной примеси, возникает снос облака в направлении, перпендикулярном направлению ветра.

2. Среднее течение $\langle\vec{V}\rangle$ представляет собой крупномасштабный плоский вихрь. Такие вихри возникают, например, при обтекании турбулентным потоком препятствия. В этом случае аномальный конвективный поток направлен перпендикулярно плоскости вихря. Таким образом, в плоском вихревом потоке существует механизм поднятия или опускания примеси благодаря отражательной неинвариантности турбулентности.

   Проведенное рассмотрение указывает на важность учета свойства отражательной неинвариантности турбулентности при изучении турбулентного переноса.

4. Результаты

В настоящей работе мы изучили особенности переноса пассивной примеси в спиральной (отражательно неинвариантной) турбулентности со слабонеоднородным средним течением.

1. С использованием многомасштабного формализма получено замкнутое уравнение переноса пассивной примеси в такой турбулентности.

2. Получена зависимость тензора турбулентной диффузии от скорости среднего течения.

3. Показано, что в такой турбулентности возникает новый эффект - аномальный конвективный перенос. Этот эффект того же порядка, что и эффект турбулентной диффузии.

4. Показано, что направление аномального конвективного потока не совпадает с направлением среднего течения. Рассмотрены естественные физические примеры, когда направление аномального потока перпендикулярно направлению среднего течения.

5. Показано, что нарушение отражательной инвариантности турбулентности, обладающей слабонеоднородным средним течением, проявляется именно в появлении аномального конвективного переноса.

Благодарности

Эта работа финансировалась Международной Ассоциацией, проект INTAS–93–1194 и Государственным комитетом Украины по науке и технологиям, проект 2/278.

Список литературы

[1] А.С.Монин, А.М.Яглом, Статистическая гидромеханика. Москва, Наука, 1965.

[2] D.C.Leslie, Developments in the Theory of Turbulence. Clarendon Press (Oxford), 1973.

[3] G.K.Batchelor, The Theory of Homogeneous Turbulence (Cambridge), 1953.

[4] L.F.Richardson , Proc.Royal.Soc.London, **A 110** (1926) 709.

[5] А.Н.Колмогоров, ДАН СССР **30**,(1941),301.

[6] B.B.Mandelbrot, The Fractal Geometry of Nature, W.N.Freeman (NY), 1982.

[7] U.Frisch, P.L.Sulem, M.Nelkin, Journ.Fluid Mech., **87** (1978) 719.

[8] J.L.McCauley, Phys.Reports, **198** (1990) 226.

[9] S.Grossman, I.Procaccia, Phys.Rev. **A 29** (1984) 1358.

[10] H.G.E.Hentschel, I.Procaccia, Phys.Rev. **A 29** (1984)1461.

[11] V.Yakhot, S.A.Orszag, Journ.Sci.Comput. **1** (1986) 3.

[12] W.P.Dannevik, V.Yakhot, S.A.Orszag, Phys.Fluids, **30** (1987) 1.

[13] R.H.Kraichnan, Phys.Fluids, **13** (1970) 22.

[14] Я.Б.Зельдович, ДАН СССР **226** (1982) 821.

[15] U.Frisch, Lectures on Turbulence and Lattice Gas Hydrodynamics. In: Lecture Notes on Turbulence. NCAR–GTP Summer School, June 1987, p. 219.

[16] С.С.Моисеев, Р.З.Сагдеев, А.В.Тур, Г.А.Хоменко, В.В.Яновский, ЖЭТФ **58** (1983) 1144.

[17] J.J.Moreau, C.R. Akad.Sci.Paris, **252** (1961) 2810.

[18] H.K.Moffat, Magnetic Field Generation in Electrically Conducting Fluids, Cambridge Univ.Press. (Cambridge), 1978.

[19] A.V Tur, V.V.Yanovsky, Journ.Fluid.Mech. **248** (1993) 67.

[20] С.С.Моисеев, П.Б.Руткевич, А.В.Тур, В.В.Яновский, ЖЭТФ **94** (1988) 144.

[21] R.Z.Sagdeev, S.S.Moiseev, P.B.Rutkevich, A.V.Tur, V.V.Yanovsky, In: Tropical Meteorology. Proc. 3th Int.Symp. Leningrad, Gidrometeoizdat, 1987, p. 18.

[22] В.Г.Левич, Физико- химическая гидродинамика. Москва, Изд-во АН СССР, 1952.

[23] Al.H.Nayfeh, Perturbation Methods, Y.Wiley & Sons, Inc., 1973.

[24] G.S.Chandrasekhar, Phil.Trans.Eoy.Soc. **A 242** No 855 (1950) 557.

[25] A.V.Chechkin, A.V Tur, V.V.Yanovsky, Physica **A 208** (1994) 501.