

Транспортировка сильноточного электронного пучка в коаксиальной линии

Г.В. Сотников, Т.Ю. Яценко
ИЭМИ, пр. Правды 5, Харьков-22, 61022, а.я 10857, Украина
e-mail: sotnikov@kipt.kharkov.ua
Поступила в редакцию 3 июня 2001 года

Abstract

The analytic expression for the maximal vacuum current of charged electron beam in a coaxial drift camera is calculated in strong magnetic field approximation. The obtained result is an analogue of the interpolation formulas of Bogdankevich-Rukhadze for the cylindrical drift chamber. A comparison of maximal currents in coaxial and cylindrical configurations is carried out.

Проблема повышения мощности релятивистских вакуумных СВЧ-приборов требует решения задачи транспортировки электронных пучков. При больших токах собственный пространственный заряд электронного пучка оказывает существенное влияние на его движение. Существует пороговое значение тока, при превышении которого, электроны пучка оказываются запертыми в камере дрейфа. Ламинарное движение электронного потока нарушается и возникает состояние так называемого виртуального катода. Для оценки порогового значения тока при котором такое явление происходит широко используется интерполяционная формула Богданкевич–Рухадзе [1, 2] или полученная позже более точная формула Дженона–Проктора [3]. Указанные авторы при этом рассматривали транспортировку электронного пучка через цилиндрический вакуумный канал. Приближенные формулы, полученные авторами [1–3] достаточно хорошо совпадают с результатами прямых численных расчетов, особенно в области релятивистских энергий электронов пучка.

В последнее время объектом интенсивных исследований стали мощные СВЧ-приборы, в которых канал транспортировки представляет собой коаксиальную линию передачи [4, 5]. В случае коаксиального убитрона [4] использование инжектируемых в камеру взаимодействия электронных пучков накладывает ограничение на ток, качественно аналогичное ограничению, возникающему при инжекции электронных пучков в цилиндрическую камеру дрейфа. Количественная же сторона явления виртуального катода в коаксиальной линии передачи до настоящего времени не определена. Хотя этот вопрос должен стоять одним из первых при кон-

струировании любого коаксиального СВЧ-прибора с внешней инжекцией электронного пучка. Ниже мы, придерживаясь формализма [1], получим выражение для предельного тока электронного пучка в вакуумной коаксиальной камере дрейфа.

В приближении сильного магнитного поля ларморовскими радиусами вращения можно пренебречь и считать, что электроны движутся вдоль силовых линий магнитного поля. Тогда для нахождения потенциала, создаваемого трубчатым электронным пучком коаксиальной линии будем исходить из уравнения Пуассона:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) = -\frac{4\pi}{v_{\parallel}} \begin{cases} 0, & \rho < r < r_0 - a, \\ j, & r_0 - a \leq r < r_0, \\ 0, & r_0 \leq r \leq R, \end{cases} \quad (1)$$

где ρ и R – внутренний и внешний радиус коаксиальной линии, соответственно, r_0 – внешний радиус пучка, a – толщина пучка, j – плотность тока, v_{\parallel} – продольная скорость пучка.

Граничные условия для уравнения (1) состоят в условии обращения в нуль потенциала на металлических поверхностях коаксиальных цилиндров и непрерывности потенциала и его производных на внутренней и внешней границах пучка:

$$\begin{aligned} \Phi(\rho) &= \Phi(R) = 0, \\ \Phi(r_0 - a - 0) &= \Phi(r_0 - a + 0), \\ \Phi(r_0 - 0) &= \Phi(r_0 + 0), \\ \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{r=r_0-a-0} &= \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{r=r_0-a+0}, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{r=r_0-0} &= \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{r=r_0+0}. \end{aligned} \quad (2)$$

Решение уравнение (1) с граничными условиями (2) для пучка с постоянной плотностью по сечению имеет вид:

$$\Phi^I(r) = \frac{I}{v_{\parallel}} \frac{\ln(r/\rho)}{\ln(R/\rho)} \left\{ 1 + \frac{2r_0^2}{r_0^2 - (r_0 - a)^2} \ln \frac{R}{r_0} - \frac{2(r_0 - a)^2}{r_0^2 - (r_0 - a)^2} \ln \frac{R}{r_0 - a} \right\}, \quad (3)$$

$$\Phi^{II}(r) = \frac{I}{v_{\parallel}} \left\{ \frac{\ln(r/\rho)}{\ln(R/\rho)} \left[1 + \frac{2r_0^2}{r_0^2 - (r_0 - a)^2} \ln \frac{R}{r_0} - \frac{2(r_0 - a)^2}{r_0^2 - (r_0 - a)^2} \ln \frac{R}{r_0 - a} \right] - \frac{r^2 - (r_0 - a)^2}{r_0^2 - (r_0 - a)^2} + \frac{2(r_0 - a)^2}{r_0^2 - (r_0 - a)^2} \ln \frac{r}{r_0 - a} \right\}, \quad (4)$$

$$\Phi^{III}(r) = \frac{I}{v_{\parallel}} \frac{\ln(r/R)}{\ln(R/\rho)} \left\{ 1 - \frac{2r_0^2}{r_0^2 - (r_0 - a)^2} \ln \frac{r_0}{\rho} + \frac{2(r_0 - a)^2}{r_0^2 - (r_0 - a)^2} \ln \frac{r_0 - a}{\rho} \right\}, \quad (5)$$

В выражениях (3-5) индексы I , II , III относятся к областям внутри пучка, в пучке и вне пучка, соответственно, $I = \pi j [r_0^2 - (r_0 - a)^2]$ – полный ток пучка.

В отличие от цилиндрической камеры дрейфа, где максимальное провисание потенциала достигается на внутренней поверхности электронного пучка, для коаксиальной камеры дрейфа максимум достигается в объеме электронного пучка. Его положение, как следует из (4), определяется выражением

$$r_{\max} = (r_0 - a) \left(1 + \frac{1}{(r_0 - a)^2 \ln(R/\rho)} \times \left[\frac{r_0^2 - (r_0 - a)^2}{2} + r_0^2 \ln \frac{R}{r_0} - (r_0 - a)^2 \ln \frac{R}{r_0 - a} \right] \right)^{1/2}, \quad (6)$$

а максимальное значение равно

$$\Phi_{\max} = \frac{I}{v_{\parallel} \ln(R/\rho)} \left\{ \left[\ln \left(\frac{r_{\max}}{\rho} \right) - \frac{1}{2} \right] \times \left[1 + \frac{2r_0^2}{r_0^2 - (r_0 - a)^2} \ln \frac{R}{r_0} - \frac{2(r_0 - a)^2}{r_0^2 - (r_0 - a)^2} \ln \frac{R}{r_0 - a} \right] + \frac{2(r_0 - a)^2}{r_0^2 - (r_0 - a)^2} \ln \frac{r_{\max}}{r_0 - a} \ln \frac{R}{\rho} \right\}. \quad (7)$$

Для получения предельного тока электронного пучка в выражениях (3-5), (7) v_{\parallel} необходимо считать зависящим от потенциала, а затем максимизировать полученное выражение для тока по потенциалу пучка [6]. В такой процедуре необходимо использовать интегралы движения электронов

пучка в поле пространственного заряда и сильном магнитном поле:

$$v_{\perp} \left(1 - \frac{v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2}{c^2} \right)^{-1/2} + v_{\perp 0} \left(1 - \frac{v_{\perp 0}^2 + v_{\parallel 0}^2}{c^2} \right)^{-1/2} = v_{\perp 0} \gamma, \quad (8)$$

$$mc^2 \left(1 - \frac{v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2}{c^2} \right)^{-1/2} + e\Phi = mc^2 \gamma, \quad (9)$$

где $v_{\perp 0}$, $v_{\parallel 0}$ – поперечная и продольная скорость электронов пучка при входе в камеру дрейфа.

В результате получим следующее выражение для предельного тока электронного пучка в вакуумной коаксиальной камере дрейфа:

$$I_{\max}^{\text{coax}} = I_A \frac{\gamma}{\gamma_{\parallel}} (\gamma_{\parallel}^{2/3} - 1)^{3/2} \frac{\ln(R/\rho)}{\ln(r_{\max}/\rho) - 1/2} \times \left\{ 1 + \frac{2r_0^2}{r_0^2 - (r_0 - a)^2} \ln \frac{R}{r_0} - \frac{2(r_0 - a)^2}{r_0^2 - (r_0 - a)^2} \ln \frac{R}{r_0 - a} + \frac{2(r_0 - a)^2}{r_0^2 - (r_0 - a)^2} \frac{\ln(R/\rho) \ln[r_{\max}/(r_0 - a)]}{\ln(r_{\max}/\rho) - 1/2} \right\}^{-1}, \quad (10)$$

где $\gamma_{\parallel} = (1 - v_{\parallel 0}^2/c^2)^{-1/2}$, $I_A = mc^3/e \approx 17$ кА.

В пределе, когда радиус внутреннего коаксиала $\rho \rightarrow 0$ из (11) следует известная интерполяционная формула Богданкевич-Рухадзе [1]

$$J_0 = I_A \frac{\gamma}{\gamma_{\parallel}} (\gamma_{\parallel}^{2/3} - 1)^{3/2} \left/ \left(1 + 2 \ln \frac{R}{r_0} + \frac{2(r_0 - a)^2}{r_0^2 - (r_0 - a)^2} \ln \left(1 - \frac{a}{r_0} \right) \right) \right. \quad (11)$$

Для тонкого пучка, $a \ll r_0$, из (10) получим следующее выражение для предельного тока нескомпенсированного электронного пучка в коаксиальной линии:

$$I_0^{\text{coax}} = I_A \frac{\gamma}{\gamma_{\parallel}} (\gamma_{\parallel}^{2/3} - 1)^{3/2} \times \frac{\ln(R/\rho)}{\ln(r_0/\rho)} \frac{1}{2 \ln(R/r_0)}, \quad (12)$$

т.е. предельный ток тонкого электронного пучка в коаксиальной линии в $\ln(R/\rho)/\ln(r_0/\rho)$ раз больше предельного тока в цилиндрической камере дрейфа.

Рассмотрим численный пример. В коаксиальной камере дрейфа с размерами $R = 15.2$ см, $\rho = 6.7$ см значение тока электронного пучка толщиной $a = 3.2$ см, внешним радиусом $r_0 = 12.6$ см и энергией $\gamma = \gamma_{\parallel} = 2$ ограничено значением 24.09 кА. Максимальный ток электронного пучка, инжектируемый в цилиндрическую камеру равен 11.65 кА.

Список литературы

- [1] Рухадзе А.А., Богданкевич Л.С., Росинский С.Е., Рухлин В.Г. Физика сильнооточных релятивистских электронных пучков - М.: Атомиздат. - 1990. - 168 с.
- [2] Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Устойчивость релятивистских электронных пучков в плазме и проблема критических токов // Успехи физ. наук. - 1971. - Т. 103, N 4. - С. 609-640.
- [3] Thode L.E., Godfrey B.B., Shanahan W.R. Vacuum propagation of solid relativistic electron beams // Phys. Fluids. - 1979. - V. 22, N 4. - P. 747-763.
- [4] Balkcum A.J., McDermott D.B., Philips R.M., Luhmann N.C. High Power coaxial ubitron oscillator: theory and design // IEEE Trans. on plasma science. - V. 26, N 3. - P. 548-555.
- [5] Балакирев В.А., Марков П.И., Сотников Г.В., Ткач Ю.В. Генерация СВЧ-колебаний в замедляющих линиях магнитной самоизоляции // Зарубежная радиоэлектроника. - 1999. - N 12. - С. 26-43.
- [6] Лебедев А.Н., Шальнов А.В. Основы физики и техники ускорителей - М.: Энергоатомиздат. - 1991. - 528 с.