

Численное моделирование процессов в сегнетоэлектрической керамике, нагруженной ударной волной

Я.Ю. Ткач

ИЭМИ, пр. Правды 5, Харьков-22, 61022, а.я 10857, Украина

e-mail: slt@iemr.vl.net.ua

Поступала в редакцию 20 марта 2001 года

Содержание

1. Введение	213
2. Численное моделирование работы продольно-нагруженного сегнетокерамического элемента на линейную активно-реактивную нагрузку	214
3. Феноменологическое описание работы поперечно-нагруженного сегнетокерамического элемента на линейную активно-реактивную нагрузку	219
4. Выводы	222

Abstract

Shock-wave depolarization process of polarized ferroceramic elements under the influence of shock wave is considered in both cases, corresponding to transverse and longitudinal loading. On the basis of developed phenomenological theory numerical model was built, allowing calculation of waveform and energy of pulse, formed at the reactive load of ferroceramic element, during the propagation of shock-wave through this element. Variation of ferroceramic material permittivity and leakage losses due to the shock wave propagations are addressed. Influence of active load value on the pulse magnitude and energy is considered.

1. Введение

Импульсные источники энергии, основанные на использовании фазовых переходов в твердых телах представляют интерес для многих как чисто исследовательских так и прикладных задач. Этот интерес обусловлен, прежде всего, простотой их конструкции, малыми размерами и высокой механической прочностью. В частности, источники энергии, использующие эффект ударной деполяризации предварительно поляризованной сегнетоэлектрической керамики (в дальнейшем сегнетокерамики), позволяют формировать импульсы высокого напряжения при очень малом объеме рабочего тела [1]. В настоящей работе будет проведено численное рассмотрение процессов ударной деполяризации таких сегнетокерамических элементов, работающих на постоянную реактивную нагрузку. Такие импульсные источники энергии широко используются для решения целого ряда прикладных задач, например в одноразовых системах зажигания.

Сегнетокерамические элементы предварительно

поляризуются источником высокого напряжения, в результате чего они приобретают отличный от нуля результирующий дипольный момент. Процесс поляризации подробно описан в литературе [2], поэтому в данной работе рассмотрен не будет. При приложении к обкладкам сегнетокерамического элемента высокого напряжения, в цепи источник напряжения - сегнетокерамический модуль протекает некоторый заряд, который после окончания процесса "связывается" на проводящих обкладках сегнетокерамического элемента. При этом, сегнетокерамический материал переходит в состояние с минимумом свободной энергии и результирующее электрическое поле в нем становится равным нулю за счет поля объемной поляризации. Известно, что сегнетоэлектрические материалы имеют доменную структуру, и каждый домен в процессе поляризации приобретает такой макроскопический дипольный момент, что суммарный дипольный момент всех доменов в элементе становится отличным от нуля и его направление совпадает с направлением поля поляризации [3].

При прохождении ударной волны через сегнетокерамический элемент, в его объеме проходит ряд процессов, связанных с кинетикой перестройки сегнетоэлектрических доменов [4], а именно:

- поворот направления поляризации доменов в материале на 180^0 и 90^0 ;
- рост новых и дробление крупных доменов;
- кинетические процессы связанные с поглощением одних доменов другими;
- локальный Кюри-переход непосредственно за фронтом ударной волны.

Последний эффект также необходимо отметить, хотя в отличие от первых трех, пока не существует однозначных экспериментальных подтверждений его проявления.

Все вышеперечисленные процессы приводят к хаотическому разрушению доменной структуры сегнетокерамического материала, при этом, в зависимости от начальной поляризации и давления во фронте ударной волны, оно может носить как обратимый, так и необратимый характер. В результате этого, на проводящих обкладках ударно-нагруженного сегнетокерамического модуля появляются свободные поверхностные заряды, которые до этого были связаны объемными дипольными моментами сегнетоэлектрических доменов. Этот эффект приводит к протеканию импульсного электрического тока в цепи соединяющей эти обкладки. Длительность токового импульса определяется временем прохождения ударной волны через сегнетокерамический элемент.

Целью настоящей работы является теоретическое рассмотрение и численный анализ работы ударно-нагруженного сегнетокерамического элемента, подключенного к произвольной постоянной активно-реактивной нагрузке. Ввиду того что физическая картина процессов проходящих в ударно-нагруженном сегнетокерамическом материале исключительно сложна, на первом этапе рассмотрение будет проводиться с учетом следующих условий ударного нагружения:

- Ударное нагружение сегнетокерамического элемента является однократным и одномерным.
- Объемное сжатие сегнетокерамики в исследуемом диапазоне давлений во фронте ударной волны (5–20 ГПа) согласно результатам экспериментов составляет не более $5 \cdot 10^{-2}$, таким образом ударная волна может рассматриваться как "слабая", т.е. объемным сжатием материала можно пренебречь, и ее скорость распространения в первом приближении равна скорости продольного звука в сегнетокерамике [5];

- Сегнетокерамика в процессе ударного нагружения рассматривается как линейный по электрическому полю диэлектрик в обеих областях (сжатой и не сжатой). В общем случае это утверждение справедливо только для ударно-сжатой области сегнетокерамики, однако учет нелинейности диэлектрических свойств в несжатой области не представляет принципиальных трудностей при численном рассмотрении процесса с учетом экспериментально измеренной статической петли гистерезиса или микроскопических соображений о переполаризации сегнетокерамики под воздействием ударных волн и электрического поля [6].

Существуют два принципиально различных режима ударного нагружения предварительно поляризованного сегнетокерамического элемента — продольный и поперечный [4], которые и будут рассмотрены в работе. В случае продольного нагружения направление движения ударной волны совпадает с результирующим вектором объемной поляризации, в случае поперечного нагружения, направление движения ударной волны перпендикулярно этому вектору.

2. Численное моделирование работы продольно-нагруженного сегнетокерамического элемента на линейную активно-реактивную нагрузку

Работа продольно нагруженного сегнетокерамического элемента, подключенного к постоянной активно-реактивной нагрузке может быть рассмотрена на основе использования диаграммы системы из элемента и цепи нагрузки, приведенной на рис. 1.

Общая система дифференциальных уравнений, описывающая ударное нагружение сегнетокерамического элемента тела, подключенного к активно-реактивной нагрузке, с учетом сделанных выше допущений, состоит из трех уравнений. Первое уравнение описывает закон изменения заряда Q_1 на обкладках сегнетокерамического элемента в процессе прохождения ударной волны через него. Вклады в это изменение вносят: ток деполаризации I_0 сегнетокерамического элемента под воздействием ударной волны, ток утечки I_{leak} через ударно-сжатую часть сегнетокерамического элемента и тока в цепи нагрузки I_2 . Вторым уравнением является уравнение Кирхгофа для напряжений в цепи нагрузки,

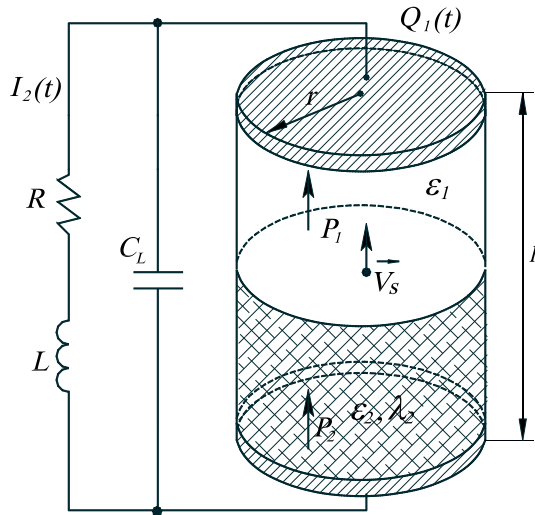


Рис. 1. Диаграмма, иллюстрирующая работу продольно-нагруженного сегнетокерамического элемента, подключенного к постоянной активно-реактивной нагрузке; $I_2(t)$ – ток в цепи нагрузки, $Q_1(t)$ – заряд, выделяющийся на сплошных проводящих обкладках сегнетокерамического элемента в процессе его ударной деполяризации, R , L , C_2 – сопротивление, индуктивность и емкость нагрузки, соответственно; \vec{P}_1 , ϵ_1 – поляризация и диэлектрическая проницаемость несжатой области сегнетокерамического элемента, \vec{P}_2 , ϵ_2 , λ_2 – поляризация, диэлектрическая проницаемость и проводимость ударно-сжатой области сегнетокерамического элемента, \vec{V}_s – вектор скорости движения фронта ударной волны в сегнетокерамике.

изображенной на рис. 1. Третье уравнение получено путем дифференцирования из закона равенства напряжений на параллельно соединенных емкости нагрузки C_2 и сегнетокерамическом модуле $Q_1 C^{-1} = Q_2 C_2^{-1}$. Такая система уравнений с соответствующими начальными условиями имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 &= I_0(t) - I_2 - I_{leak}(Q_1), \\ L\dot{I}_2 &= Q_2 C_2^{-1} - R I_2, \\ \dot{Q}_1 C^{-1}(t) - \dot{Q}_2 C_2^{-1}(t) &= \dot{C}(t) C^{-2}(t) Q_1, \\ I_2 \Big|_{t=0} &= 0, \quad Q_1 \Big|_{t=0} = 0, \quad Q_2 \Big|_{t=0} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где L , R , C_2 – постоянные индуктивность, сопротивление и емкость нагрузки. Здесь и далее все величины приведены в системе СИ.

В дальнейшем рассмотрении, для описания работы сегнетокерамического элемента используются выражения для электрического поля в плоском конденсаторе и его емкости. При расчете параметров модулей с геометрической формой, отличной от формы плоского конденсатора, такой подход может внести ошибки. Однако, учет конкретной геометрии сегнетокерамического элемента и распре-

деления электрического поля в нем не представляет существенной проблемы при использовании методов численного решения дифференциальных уравнений (1). С учетом сделанных допущений, емкость продольно нагруженного сегнетокерамического элемента, показанного на рис. 1, определяется выражением для слоистого конденсатора:

$$C(t) = \begin{cases} \epsilon_0 \epsilon_1 S [l + (\epsilon_1 \epsilon_2^{-1} - 1) V_s t]^{-1}, & l \geq V_s t, \\ \epsilon_0 \epsilon_2 S l^{-1}, & l < V_s t, \end{cases} \quad (2)$$

где S – площадь проводящих обкладок сегнетокерамического элемента, ϵ_1 , ϵ_2 – относительная диэлектрическая проницаемость несжатой и ударно-сжатой сегнетокерамики соответственно, V_s (м/с) обозначает скорость ударной волны в сегнетокерамическом материале, которая в первом приближении равна скорости звука. Экспериментально установлено, что такие характеристики ударно-сжатой сегнетокерамики, как диэлектрическая проницаемость ϵ_2 , удельная проводимость λ_2 и остаточная поляризация P_2 являются сложными функциями давления на фронте ударной волны p . Характер этих функций не исследован систематически на данный момент и сильно различается для различных типов сегнетокерамических материалов.

В процессе ударного нагружения за время прохождения ударной волны через сегнетокерамический элемент, на его обкладках выделяется заряд $Q_{tot} = \sigma S$, где S – площадь обкладок элемента. Поверхностная плотность свободных зарядов σ , выделяющихся на обкладках, равна разности объемной поляризации в сжатой и несжатой областях материала $\sigma = P_1 - P_2$ и также зависит от давления на фронте ударной волны. Заряд $Q_0(t)$, выделившейся на обкладках в определенный момент времени в результате ударной деполяризации, пропорционален деполяризованному объему сегнетокерамического модуля в текущий момент времени, и описывается следующим выражением:

$$Q_0(t) = \sigma V_s \frac{tS}{lS} = \sigma \frac{V_s t}{l}. \quad (3)$$

Дифференцируя это уравнение по времени, получаем ток деполяризации сегнетокерамического элемента

$$I_0(t) = \theta(t) \frac{d}{dt} \left[\frac{\sigma V_s t}{l} \right], \quad (4)$$

где множитель $\theta(t)$ отвечает за включение тока деполяризации в момент начала отсчета времени, что соответствует моменту входа ударной волны в сегнетокерамический элемент, и его выключение в момент выхода ударной волны из него ($t_f = l/V_s$). Вне этого интервала этот множитель равен нулю. Процесс ударной деполяризации по своей природе носит инерционный характер, что связано с достаточно большим временем поворота дипольных

моментов в твердых диэлектриках, а также кинетикой процессов перестройки доменных границ [3]. Таким образом, между моментами входа (выхода) ударной волны в элемент и началом (окончанием) выделения заряда на обкладках проходит время релаксации t_{rel} , которое необходимо сегнетокерамике для изменения поляризации. Время релаксации также является функцией давлений на фронте ударной волны $t_{rel} = t(p)$ и уменьшается с его увеличением. Необходимо также отметить, что сильное влияние на время релаксации может оказывать "перекося" фронта ударной волны. С учетом вышесказанного, удобно записать феноменологическое выражение для коэффициента $\theta(t)$ в виде

$$\theta(t) = \frac{1}{4} (1 - \tanh[4t_{rel}^{-1}(t - lV_s^{-1}) - 2]) \times (1 + \tanh[4t_{rel}^{-1}t - 2]), \quad (5)$$

такое представление коэффициента (рис. 2) $\theta(t)$ удобно при проведении численных расчетов ввиду его гладкости. Использование функции $\tanh(x)$ для описания характера нарастания и спада тока деполяризации оправдывается совпадением характера нарастания тока ударной деполяризации, описываемой такой функцией, с экспериментальными результатами приведенными в [4]. В дальнейшем представляется необходимым провести точный расчет характера нарастания тока деполяризации, связанного со временем релаксации, из микроскопических соображений, и на его основе записать выражение для $\theta(t)$. Расчет времени релак-

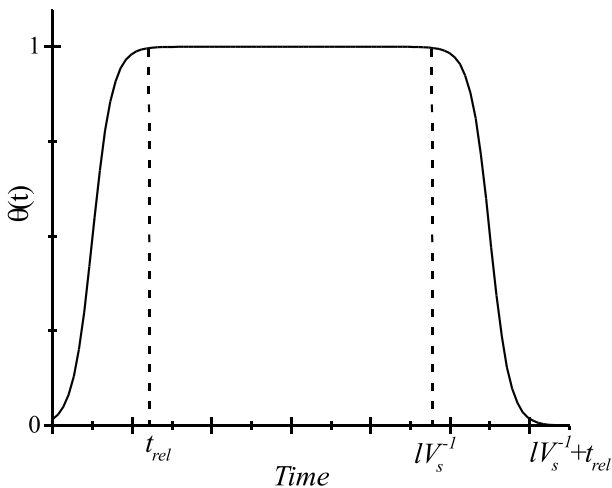


Рис. 2. Коэффициент $\theta(t)$ в зависимости от времени.

сации t_{rel} на основании микроскопического подхода представляет собой сложную задачу, поэтому на текущей стадии рассмотрения используется его величина измеренная экспериментально, которая для различных материалов составляет $(0.5 - 2) \cdot 10^{-7}$ с, и падает.

Подставляя (4) в (5) получим выражение для тока ударной деполяризации

$$I_0(t) = \frac{1}{4} (1 - \tanh[4t_{rel}^{-1}(t - lV_s^{-1}) - 2]) \times (1 + \tanh[4t_{rel}^{-1}t - 2]) \sigma V_s l^{-1}. \quad (6)$$

При ударном сжатии сегнетоэлектрической керамики резко увеличивается ее проводимость, и часть свободных зарядов, выделяющихся на металлических (6) обкладках сегнетокерамического элемента стекает через ударно-сжатую часть его объема, что и учитывается током утечки $I_{leak}(Q_1)$. В случае продольного нагружения утечка происходит через всю поверхность сегнетокерамического рабочего элемента, и, таким образом, величина тока в явном виде от времени не зависит. Ток утечки в случае продольного нагружения определяется из напряженности поля в ударно-сжатой части объема сегнетокерамического модуля E_2 при помощи закона Ома

$$j_{leak}(Q_1) = \lambda_2 E_2, \quad (7)$$

$$I_{leak}(Q_1) = j_{leak}(Q_1)S = \lambda_2 Q_1 [\varepsilon_2 \varepsilon_0]^{-1},$$

где λ_2 – удельная проводимость сегнетокерамического материала сжатого ударной волной. Проводимость λ_2 возрастает с увеличением давления во фронте ударной волны ввиду увеличения числа свободных носителей, образовавшихся в результате образования микротрещин и уменьшения потенциальных барьеров в решетке, что облегчает тунелирование электронов и ионизацию атомов.

Система уравнений (1) описывает работу сегнетоэлектрического элемента, продольно нагруженного ударной волной, до момента начала развития объемного пробоя в ударно сжатой области сегнетоэлектрика. Вообще говоря, объемный пробой может развиваться как в сжатой, так и в несжатой областях, однако пробой в сжатой области материала наступает раньше, за счет того, что электрическая прочность ударно сжатой сегнетокерамики составляет в зависимости от давления в ударной волне 1–3 кВ/мм, что существенно меньше, чем электрическая прочность несжатой сегнетокерамики. Этот эффект, вызван формированием в сжатой части элемента областей локального пробоя, связанных с воздействием ударной волны на границы зерен сегнетокерамики, дефекты, заряженные и незаряженные дислокации и воздушные полости. Таким образом, неотъемлемым ограничением области применения системы уравнений (1) является отсутствие пробоя в сжатой области сегнетокерамики

$$Q_1(t) < E_{br} S \varepsilon_2 \varepsilon_0, \quad (8)$$

где E_{br} (кВ/м) – электрическая прочность сегнетоэлектрика, сжатого ударной волной.

Полученная система дифференциальных уравнений (1) является жесткой и не может быть решена

численно с требуемой точностью. Таким образом, представляется необходимым провести обезразмеривание этой системы. С этой целью введем безразмерные переменные $\tau = t/\tilde{t}$, $q = Q/\tilde{Q}$, $i = I\tilde{t}/\tilde{Q}$, где $\tilde{t} = l/V_s$, $\tilde{Q} = \sigma S$. После соответствующих подстановок, в уравнения (1) и диагонализации левой части, безразмерная система уравнений, пригодная для численного решения примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dq_1}{d\tau} &= \frac{1}{C(\tau) + C_2} \left[\frac{\dot{C}(\tau)}{C(\tau)} C_2 q_1 + C(\tau)(i_0(\tau) - \right. \\ &\quad \left. i_2 - i_{leak}(q_1)) \right], \quad q_1 \Big|_{\tau=0} = 0, \\ \frac{dq_2}{d\tau} &= \frac{1}{C(\tau) + C_2} \left[\frac{\dot{C}(\tau)}{C(\tau)} C_2 q_1 + C_2(i_0(\tau) - \right. \\ &\quad \left. i_2 - i_{leak}(q_1)) \right], \quad q_2 \Big|_{\tau=0} = 0, \\ \frac{di_2}{d\tau} &= \tilde{t}^2 \frac{q_2}{LC_2} - \tilde{t}Ri, \quad i_2 \Big|_{\tau=0} = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где используются следующие обозначения:

$$\begin{aligned} i_0(\tau) &= \frac{1}{4} [1 - \tanh(4\tilde{t}\tilde{t}_{rel}^{-1}(\tau - 1) - 2)] \times \\ &\quad [1 + \tanh(4\tilde{t}\tilde{t}_{rel}^{-1}\tau - 2)], \\ C(\tau) &= \begin{cases} \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_0 S l^{-1} [\varepsilon_2 + \\ (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\tau]^{-1}, & \tau \leq 1, \\ \varepsilon_0 \varepsilon_2 S l^{-1}, & \tau > 1, \end{cases} \quad (10) \\ \dot{C}(\tau) &= \begin{cases} \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_0 S l^{-1} (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) [\varepsilon_2 + \\ (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\tau]^{-2}, & \tau \leq 1, \\ 0, & \tau > 1, \end{cases} \\ i_{leak}(q_1) &= (\varepsilon_2 \varepsilon_0)^{-1} \lambda_2 \tilde{t} q_1, \end{aligned}$$

Условие возникновения объемного пробоя в безразмерных переменных принимает вид:

$$q_1(\tau) < \sigma^{-1} \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{br}. \quad (11)$$

Система уравнений (9) была решена численно с использованием метода Гира с абсолютной ошибкой по обоим переменным

$$\begin{aligned} \Delta I_2(t) &\leq \Delta_i \tilde{Q} \tilde{t}^{-1}, \quad \Delta Q_1(t) \leq \Delta_q \tilde{Q} \tilde{t}^{-1}, \\ \Delta Q_2(t) &\leq \Delta_q \tilde{Q} \tilde{t}^{-1}, \quad \Delta_i = 10^{-5}, \quad \Delta_q = 10^{-8}. \end{aligned} \quad (12)$$

Дополнительный контроль точности осуществлялся по балансу энергии, выделившейся на активной нагрузке

$$\left| 1 - 2\sigma^{-2} (\varepsilon_1 \varepsilon_0) \tilde{Q}^2 \tilde{t}^{-2} R \int_0^\infty i_2^2(\tau) d\tau \right|_{R \rightarrow \infty} \leq 10^{-2}. \quad (13)$$

Параметры сегнетокерамического элемента, нагрузки и ударной волны, используемые при численном моделировании продольного ударного нагружения, приведены ниже и соответствуют одной

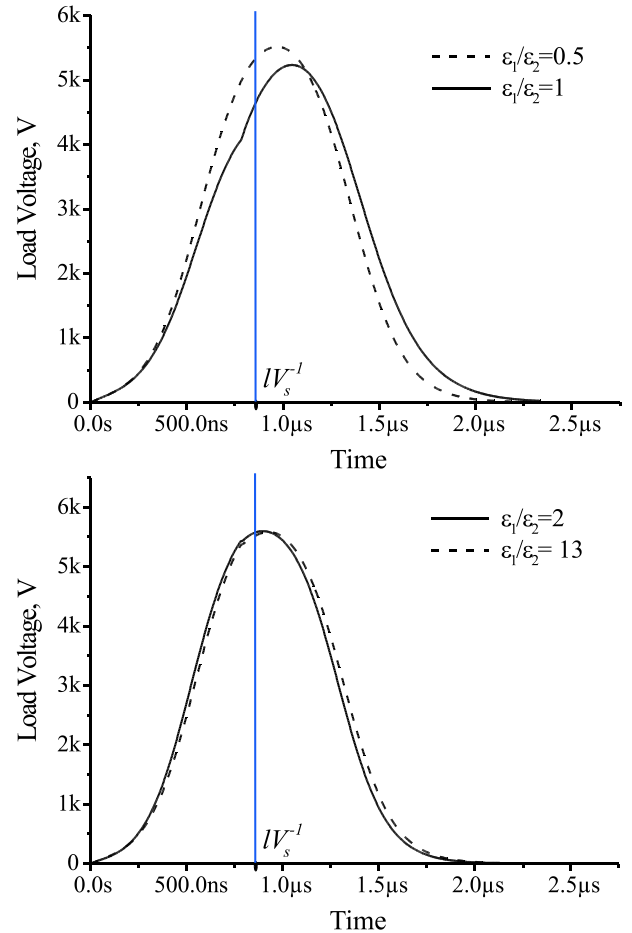


Рис. 3. Влияние диэлектрической проницаемости ударно-сжатой сегнетокерамики на напряжение на активной нагрузке, формируемое ударным продольным возбуждением короткого ($l = 2.5$ мм) сегнетокерамического элемента $\lambda_2 = 0.03$ Ом/м, $R = 40$ Ом. Вертикальная линия на графике здесь и далее обозначает момент выхода ударной волны из сегнетокерамического элемента.

из разновидностей сегнетоэлектрической керамики типа ЦТС [2], используемой в мощных электроакустических преобразователях. Характеристики материала и ударной волны, используемые при численном моделировании, приведены в Таблице 1. Результаты численного моделирования приведены на рис. 3–8. Площадь проводящих обкладок в дальнейшем рассмотрении равна 5 см^2 , что соответствует диаметру цилиндра, показанного на рис. 1 – 2.5 см.

Из рис. 3–6 видно, что в как в случае короткого ($l = 2.5$ мм) так и в случае длинного ($l = 10$ мм) сегнетокерамического элемента уменьшение диэлектрической проницаемости ε_2 за фронтом ударной волны ведет к незначительному увеличению амплитуды импульса напряжения, в то время как ее увеличение ведет к незначительному уменьшению этой амплитуды. Причем этот эффект выражен бо-

Таблица 1.

Давление во фронте ударной волны	p	5–10 ГПа
Поверхностная плотность заряда поляризации	σ	30 мкКл/см ²
Индуктивность нагрузки	L	60 нГн
Емкость нагрузки	C_2	1 пФ
Скорость звука в материале	c	3200 м/с
Диэлектрическая проницаемость несжатой сегнетокерамики	ε_1	1300
Время релаксации	t_{rel}	0.1 с

лее сильно в длинном элементе. Увеличение объемной проводимости сжатой сегнетокерамики, сопутствующее увеличению давления во фронте ударной волны, ведет к значительному падению напряжения на нагрузке в обоих случаях. Таким образом можно сделать вывод что использование больших давлений во фронте ударной волны нежелательно. Результаты исследования параметрической зависимости максимального напряжения на резистивной части нагрузки и объемной плотности энергии, генерируемой сегнетокерамическим модулем, приведены на рис. 7–8.

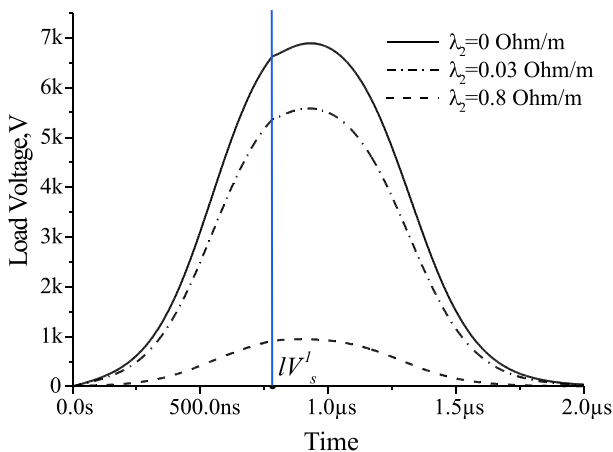


Рис. 4. Влияние проводимости ударно-сжатой сегнетокерамики на напряжение на активной нагрузке, формируемое ударным продольным возбуждением короткого ($l = 2.5$ мм) сегнетокерамического элемента $\varepsilon_2 = 600$, $R = 40$ Ом.

Как видно из результатов приведенных на рис. 6, хотя максимальная энергия запасенная в сегнетокерамическом модуле составляет $E_0 = Sl\sigma^2(2\varepsilon_1\varepsilon_0)^{-1}$, что для данного элемента составляет 4 Дж, максимальная реализованная энергия составляет 0.59 Дж, т.е. не более 15 % запасенной энергии выделяется на нагрузке. Основными явлениями которые ограничивают как максимальное напряжение на нагрузке так и выделившуюся на ней энергию являются объемный пробой ударно-сжатой зоны и ток утечки. Максимальное напря-

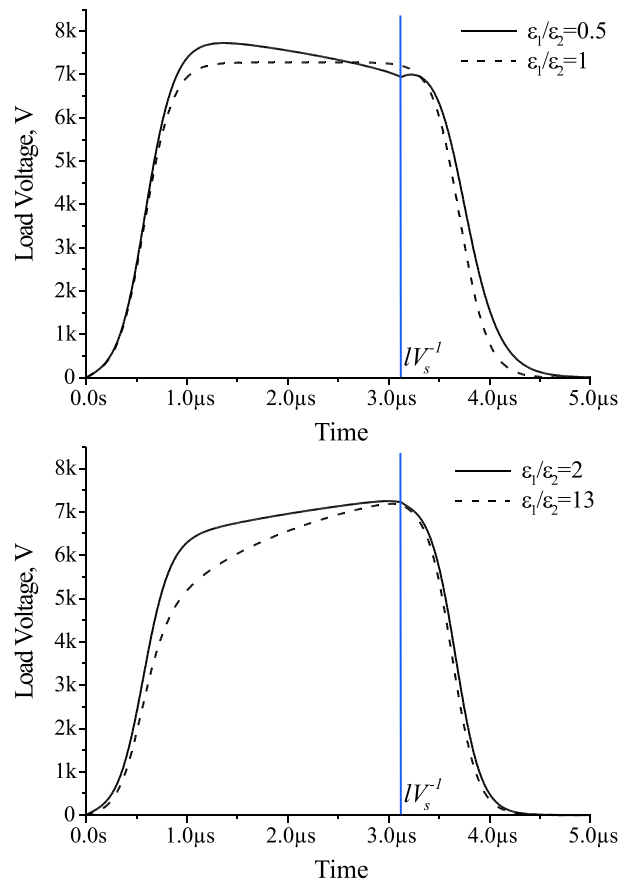


Рис. 5. Влияние диэлектрической проницаемости ударно-сжатой сегнетокерамики на напряжение на активной нагрузке, формируемое ударным продольным возбуждением длинного ($l = 10$ мм) сегнетокерамического элемента $\lambda_2 = 0.03$ Ом/м, $R = 200$ Ом.

жение, выделяющееся на активной части нагрузки ограничивается электрической прочностью ударно-сжатой сегнетокерамики. В рассматриваемом случае, максимальное напряжение на нагрузке, которое не приводит к объемному пробое, достигается при ее сопротивлении 50 Ом и составляет 7.5 кВ. Дальнейшее увеличение сопротивления нагрузки до оптимального значения в 200 Ом, позволило бы увеличить энергию выделяющуюся на нагрузке до

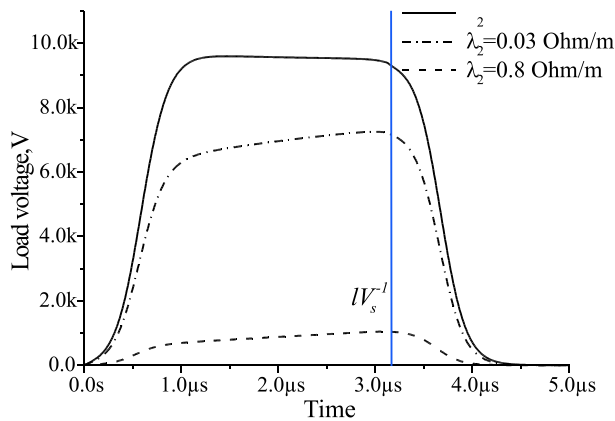


Рис. 6. Влияние проводимости ударно-сжатой сегнетокерамики на напряжение на активной нагрузке, формируемое ударным продольным возбуждением длинного ($l = 10$ мм) сегнетокерамического элемента $\varepsilon_1/\varepsilon_2 = 2$, $R = 200$ Ом.

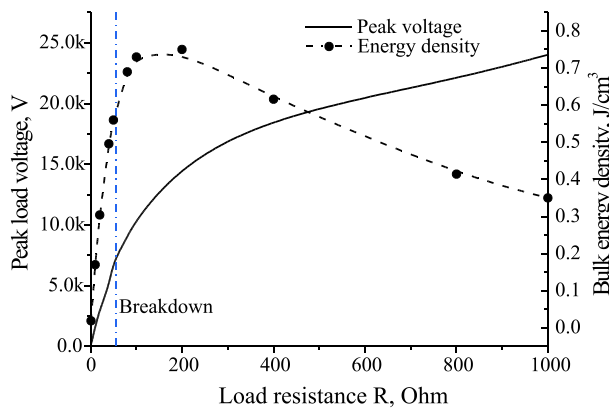


Рис. 7. Энергия и максимальное напряжение на активной нагрузке генерируемое коротким ($l = 2.5$ мм) сегнетокерамическим элементом при ударном нагружении в зависимости от сопротивления нагрузки, $\varepsilon_1/\varepsilon_2 = 2$, $\lambda_2 = 0.03$ Ом/м.

0.75 Дж, а амплитуду импульса напряжения до 15 кВ. Увеличение сопротивления нагрузки сверх этого значения, хотя и приводило бы к увеличению амплитуды импульса напряжения, но также вызывало бы уменьшение энергии выделившейся в нагрузку, что связано с увеличением потерь на ток утечки.

Использование элементов большей длины, как видно из рис. 7 позволяет снять ограничение на сопротивление нагрузки, связанное с пробоем, и реализовать оптимальное выделение энергии на нагрузку, составляющей порядка 0.9 Дж при амплитуде импульса напряжения 14 кВ. Дальнейшее увеличение импульса напряжения возможно но ведет к уменьшению энергетического выхода.

Необходимо отметить, что хотя использование более длинных элементов позволяет получить большую энергию и напряжение на нагрузке, од-

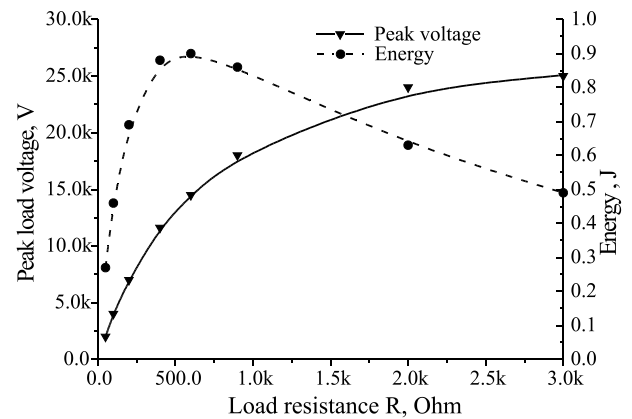


Рис. 8. Энергия и максимальное напряжение на активной нагрузке генерируемое длинным ($l = 10$ мм) сегнетокерамическим элементом при ударном нагружении в зависимости от сопротивления нагрузки, $\varepsilon_1/\varepsilon_2 = 2$, $\lambda_2 = 0.03$ Ом/м.

нако отношение максимальной выделившейся энергии к объему элемента w_{\max} падает с уменьшением его длины, т.е. объема, так если для короткого ($l = 2.5$ мм) элемента $w_{\max} = 0.5$ Дж/см³, то для длинного ($l = 10$ мм) элемента w_{\max} падает до 0.23 Дж/см³. Это обстоятельство снижает привлекательность применения элементов большей длины.

3. Феноменологическое описание работы поперечно-нагруженного сегнетокерамического элемента на линейную активно-реактивную нагрузку

Рассмотрим поперечное ударное нагружение сегнетокерамического элемента, подключенного к постоянной активно-реактивной нагрузке. Это рассмотрение удобно проводить с использованием диаграммы системы, состоящей из сегнетокерамического элемента и цепи нагрузки, приведенной на рис. 9.

Общая система дифференциальных уравнений, описывающая поперечное ударное нагружение имеет вид аналогичный системе уравнений (1) для продольного способа нагружения.

Однако, емкость ударно нагруженного сегнетокерамического элемента в случае поперечного нагружения, определяется выражением для двух кон-

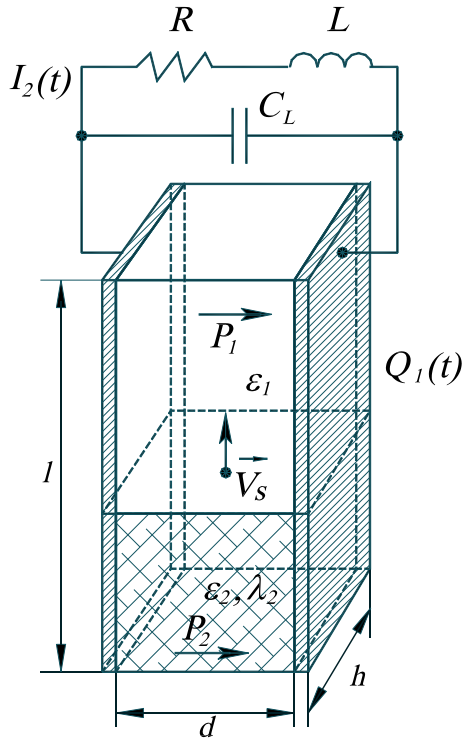


Рис. 9. Диаграмма, иллюстрирующая работу поперечно-нагруженного сегнетокерамического элемента, подключенного к линейной активно-реактивной нагрузке; $I_2(t)$ – ток в цепи нагрузки, $Q_1(t)$ – заряд, выделяющийся на обкладках сегнетокерамического элемента в процессе его ударной деполяризации, R, L, C_2 – сопротивление, индуктивность и емкость нагрузки, соответственно; \vec{P}_1, ϵ_1 – поляризация и диэлектрическая проницаемость несжатой области сегнетокерамического модуля, $\vec{P}_2, \epsilon_2, \lambda_2$ – поляризация, диэлектрическая проницаемость и проводимость ударно-сжатой области сегнетокерамического модуля, \vec{V}_s – вектор скорости движения фронта ударной волны в сегнетокерамике.

денсаторов включенных параллельно:

$$C(t) = \begin{cases} \epsilon_0 h d^{-1} [\epsilon_1 l + (\epsilon_2 - \epsilon_1) V_s t], & l \geq V_s t, \\ \epsilon_0 \epsilon_2 h l d^{-1}, & l < V_s t, \end{cases} \quad (14)$$

где ϵ_1, ϵ_2 – относительная диэлектрическая проницаемость несжатой и сжатой сегнетокерамики соответственно, V_s (м/с) обозначает скорость ударной волны в сегнетокерамическом материале.

Ток, генерируемый сегнетокерамическим элементом при его поперечном ударном нагружении, определяется выражением подобным (6):

$$I_0(t) = \frac{1}{4} (1 - \tanh[4t_{rel}^{-1}(t - lV_s^{-1}) - 2]) \times (1 + \tanh[4t_{rel}^{-1}t - 2]) \frac{d}{dt} [\sigma h V_s t], \quad (15)$$

где все обозначения аналогичны уравнению (6), за исключением геометрических параметров, приведенных на рис. 9.

Ток утечки через ударно-сжатую часть сегнетокерамического элемента в случае поперечного нагружения в дополнение к зависимости от давления на фронте ударной волны, явно зависит от времени, так как площадь, через которую идет утечка, растет с распространением ударной волны по элементу:

$$I_{leak}(Q_1, t) = \begin{cases} [\epsilon_0(\epsilon_1 l + (\epsilon_2 - \epsilon_1) V_s t)]^{-1} \times \lambda_2 Q_1 V_s t, & l \geq V_s t \\ [\epsilon_2 \epsilon_0 l]^{-1} \lambda_2 Q_1, & l < V_s t, \end{cases} \quad (16)$$

где все обозначения аналогичны уравнению (7).

Условие возникновения объемного пробоя в ударно-сжатой части поперечно-нагруженного сегнетокерамического элемента, также изменяется, и принимает вид

$$E_{br} > Q_1(t) C^{-1}(t) d^{-1}, \quad (17)$$

где E_{br} – электрическая прочность сегнетокерамического материала, сжатого ударной волной.

Так как система дифференциальных уравнений (1) является жесткой и не может быть решена численно с требуемой точностью, то представляется необходимым провести ее обезразмеривание. С этой целью введем новые переменные $\tau = t/\tilde{t}$, $q = Q/\tilde{Q}$, $i = I\tilde{t}/\tilde{Q}$ где $\tilde{t} = lV_s^{-1}$, $\tilde{Q} = \sigma h l$, и после диагонализации получим безразмерную систему уравнений для случая поперечного нагружения:

$$\begin{aligned} \frac{dq_1}{d\tau} &= \frac{1}{C(\tau) + C_2} \left[\frac{\dot{C}(\tau)}{C(\tau)} C_2 q_1 + C(\tau) \times \right. \\ &\quad \left. (i_0(\tau) - i_2 - i_{leak}(q_1, \tau)) \right], \quad q_1 \Big|_{\tau=0} = 0, \\ \frac{dq_2}{d\tau} &= \frac{1}{C(\tau) + C_2} \left[-\frac{\dot{C}(\tau)}{C(\tau)} C_2 q_1 + C_2(\tau) \times \right. \\ &\quad \left. (i_0(\tau) - i_2 - i_{leak}(q_1, \tau)) \right], \quad q_2 \Big|_{\tau=0} = 0, \\ \frac{di_2}{d\tau} &= \tilde{t}^2 \frac{q_2}{LC_2} - \tilde{t} R i_2, \quad i_2 \Big|_{\tau=0} = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

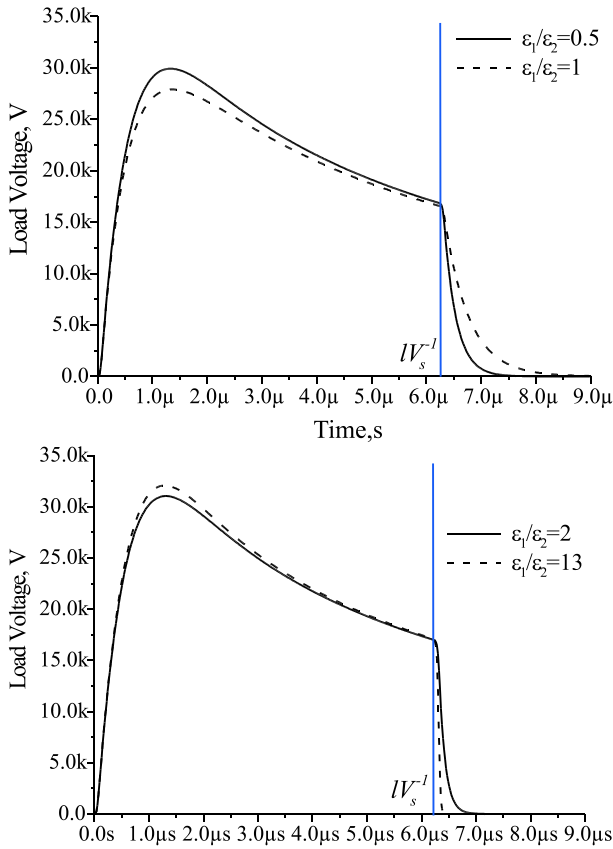


Рис. 10. Влияние диэлектрической проницаемости ударно-сжатой сегнетокерамики на напряжение на резистивной нагрузке, формируемое ударным поперечным возбуждением сегнетокерамического элемента $\lambda_2 = 0.03$ Ом/м, $R = 2000$ Ом, $d = 1.8$ см. Вертикальная линия на графике обозначает момент выхода ударной волны из сегнетокерамического элемента.

где используются следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 i_0(\tau) &= \frac{1}{4} [1 - \tanh(4\tilde{t}\tilde{t}_{rel}^{-1}(\tau - 1) - 2)] \times \\
 &\quad [1 + \tanh(4\tilde{t}\tilde{t}_{rel}^{-1}\tau - 2)], \\
 C(\tau) &= \begin{cases} \varepsilon_0 h d^{-1} [\varepsilon_1 l + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) l \tau]^{-1}, & \tau \leq 1, \\ \varepsilon_0 \varepsilon_2 h l d^{-1}, & \tau > 1, \end{cases} \\
 \dot{C}(\tau) &= \begin{cases} \varepsilon_0 h d^{-1} (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) l, & \tau \leq 1, \\ 0, & \tau > 1, \end{cases} \\
 i_{leak}(q_1) &= \begin{cases} (\varepsilon_0 (\varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \tau))^{-1} \times \\ \lambda_2 \tau \tilde{t} q_1, & \tau \leq 1, \\ (\varepsilon_0 \varepsilon_2)^{-1} \lambda_2 \tilde{t} q_1, & \tau > 1. \end{cases}
 \end{aligned} \tag{19}$$

Система уравнений (18) была решена численно с использованием метода Гира с абсолютной ошиб-

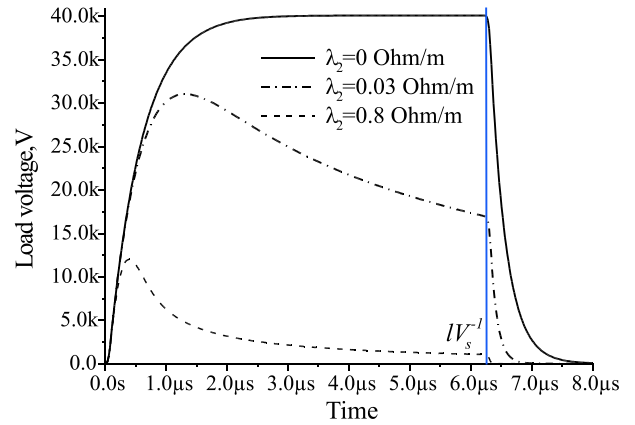


Рис. 11. Влияние проводимости ударно-сжатой сегнетокерамики на напряжение на резистивной нагрузке, формируемое ударным поперечным возбуждением сегнетокерамического элемента $\varepsilon_1/\varepsilon_2 = 2$, $R = 2000$ Ом.

кой по обоим переменным

$$\begin{aligned}
 \Delta I_2(t) &\leq \Delta_i \tilde{Q} \tilde{t}^{-1}, \quad \Delta Q_2(t) \leq \Delta_q \tilde{Q} \tilde{t}^{-1}, \\
 \Delta_i &= 10^{-5}, \quad \Delta_q = 10^{-8}.
 \end{aligned} \tag{20}$$

Дополнительный контроль точности осуществлялся по балансу энергии, выделившейся на активной нагрузке

$$\left| 1 - 2\sigma^{-2} (\varepsilon_1 \varepsilon_0) \tilde{Q}^2 \tilde{t}^{-2} R \int_0^\infty i_2^2(\tau) d\tau \right|_{R \rightarrow \infty} \leq 10^{-2}. \tag{21}$$

Значения параметров, использованных при проведении численного моделирования аналогичны приведенным в таблице 1. Геометрические размеры использованные при моделировании составляют $l = h = 2$ см, $d = 1.8$ см. Результаты численного моделирования приведены на рис. 10–12.

Из рис. 10–12 видно, что, подобно случаю продольного нагружения сегнетокерамического элемента, уменьшение диэлектрической проницаемости ε_2 за фронтом ударной волны ведет к незначительному увеличению амплитуды импульса напряжения, увеличение же объемной проводимости сжатой сегнетоэлектрической керамики, сопутствующее увеличению давления во фронте ударной волны, ведет к значительному падению напряжения на нагрузке. Отличие от случая продольного нагружения состоит только в том, что максимум напряжения на нагрузке смещен к началу импульса. Это отличие связано с тем, что поверхность, через которую течет ток утечки в случае поперечного нагружения увеличивается по мере прохождения ударной волны через элемент, что в свою очередь ведет к увеличению потерь, связанных с утечкой через ударно-сжатую часть элемента со временем.

Результаты исследования параметрической зависимости максимального напряжения на резистив-

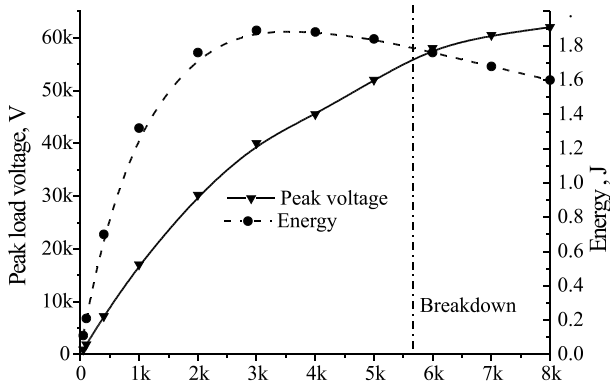


Рис. 12. Энергия и максимальное напряжение на активной нагрузке генерируемое сегнетокерамическим элементом при его поперечном ударном нагружении в зависимости от сопротивления нагрузки, $\epsilon_1/\epsilon_2 = 2$, $\lambda_2 = 0.03$ Ом/м.

ной части нагрузки и объемной плотности энергии, генерируемой сегнетокерамическим модулем, для случая поперечного нагружения приведены на рис. 12.

Как видно из результатов приведенных на рис. 12, при максимальной энергии запасенной в сегнетокерамическом модуле $W_0 = dhl\sigma^2(2\epsilon_1\epsilon_0)^{-1}$, что для данного элемента составляет 28 Дж, максимальная реализованная энергия составляет 1.89 Дж, т.е. не более 6.8 % запасенной энергии выделяется на нагрузку.

Все выводы сделанные в предыдущем разделе для случая продольного нагружения остаются справедливыми и для случая поперечного нагружения. Единственным существенным отличием поперечного нагружения является то, что сочетания геометрических размеров сегнетокерамического элемента оказывает более сильное влияние на такие его выходные характеристики как энергия и максимальное напряжение, выделяющееся на нагрузке, однако численный анализ этой зависимости потребует отказа от использования выражений для полей в плоском конденсаторе и точный расчет распределения электростатических полей для конкретной геометрической формы элемента.

4. Выводы

В работе проведено феноменологическое рассмотрение процесса ударного нагружения сегнетокерамического элемента, подключенного к постоянной активно-реактивной нагрузке с низкой индуктивностью и емкостью. На его основе разработана численная модель, позволяющая рассчитывать форму и энергию импульса, формирующегося на активно-реактивной нагрузке сегнетокерамического модуля при его ударном нагружении. Показано, что ударно нагруженный сегнетокерамический элемент при его объеме 1–6 см³ позволяет полу-

чить на резистивной нагрузке импульс напряжения с амплитудой 6–50 кВ и энергией в импульсе 0.5–1.8 Дж. Эффективность использования энергии, запасенной в электростатическом поле поляризации, составляет не более 6–15 %. Поперечный способ нагружения позволяет реализовать более гибкое управление параметрами импульса напряжения, путем изменения геометрической формы элемента, но по-видимому, характеризуется более низким коэффициентом запасенной энергии. Для проведения более точного анализа различий обоих видов нагружения необходим точный расчет распределения электростатических полей внутри сегнетокерамического элемента в процессе ударного нагружения для его конкретной геометрической формы.

Амплитуда и форма импульса напряжения, генерируемого на нагрузке так же как и энергия в этом импульсе, зависят от соотношения трех характерных времен в системе: $\tilde{t} = l/V_s$ – времени прохождения ударной волны через сегнетокерамический элемент, $t_d = RC$ – характерного времени разряда сегнетокерамического элемента через нагрузку и $t_{leak} = dC/(\lambda_2 S)$ – характерного времени разряда сегнетокерамического элемента через ударно сжатую часть сегнетокерамики. Если выполняется соотношение $\tilde{t} \gg t_{leak} > t_s$, то форма импульса на нагрузке близка к прямоугольной с учетом времени релаксации, его длительность определяется только временем прохождения ударной волны и временем релаксации, а ограничивающее влияние эффектов объемного пробоя и тока утечки пренебрежимо мало. С ростом сопротивления нагрузки или увеличения давления на фронте ударной волны это соотношение преобразовывается к виду $\tilde{t} \gg t_d > t_{leak}$, при этом, форма импульса напряжения искажается за счет токов утечки, которые в этом временном диапазоне ограничивают амплитуду импульса напряжения на нагрузке. При дальнейшем росте сопротивления нагрузки соотношение принимает вид $\tilde{t} \approx t_d \approx t_{leak}$, т.е. все три временных масштаба становятся сравнимы, и ограничивающими энергетический выход явлениями становятся как объемный пробой, так и токи утечки в ударной сжатой части сегнетокерамики. Длительность импульса напряжения на нагрузке в этом диапазоне определяется не только временем прохождения ударной волны, но и сопротивлением нагрузки. Именно этот временной диапазон является рабочим, т.к. в нем возможно реализовать наивысшую энергию выделившуюся на нагрузке, большую амплитуду импульса напряжения и, в то же время, избежать объемного пробоя в ударно сжатой части сегнетокерамики. Временной диапазон $t_d \gg t_{leak} \gg \tilde{t}$ соответствует режиму работы, близкому к холостому ходу, что приводит к большим потерям на токи утечки в сжатой части сегнетокерамического элемента и его быстрому объемному пробую.

В случае когда индуктивная компонента нагруз-

ки велика, то рассматриваемая система представляет собой колебательный контур. Для эффективного возбуждения такого контура необходимо чтобы его собственная частота была близка к частоте, соответствующей длительности импульса тока деполяризации, возбуждаемого ударной волной в сегнетокерамическом элементе. Это соображение представляется эффективным методом выбора емкостной составляющей нагрузки C_2 позволяющей обеспечить максимальный ток на резистивной ее части R . С учетом того, что в первом приближении полупериод импульса тока деполяризации равен прохождению фронта ударной волны через сегнетокерамический элемент с учетом времени релаксации $\tilde{t} = l/V_s + 2t_{rel}$, величина C_2 , может быть оценена с использованием следующего выражения:

$$C_2 \simeq \frac{4L\tilde{t}}{RR_L(R + R_L)^{-1}\tilde{t} + 4\pi^2 L^2} - C_1,$$

где C_1 – емкость сегнетокерамического элемента, а R_L – эквивалентное сопротивление утечки через этот элемент.

С целью дальнейшего совершенствования проведенного численного рассмотрения целесообразно расширить его построением микроскопической картины кинетики перестройки доменов под воздействием ударной волны и электрического поля и объемного пробоя и выяснения их влияния на форму и амплитуду выходного импульса напряжения на нагрузке. Также первоочередной задачей является численный микроскопический или эмпирический расчет тензора диэлектрической проницаемости, с учетом его нелинейности по электрическому полю, и эффектов электростатического гистерезиса, т.к. оба эти обстоятельства оказывают сильное влияние на форму импульса напряжения на нагрузке и ограничивают амплитуду и энергию в этом импульсе.

Список литературы

- [1] Новицкий Е.З., Садунов В.Д., Энергетические характеристики сегнетоэлектрика как рабочего тела преобразователя ударной волны // ФГВ. - 1985. - Т. 21, N 5. - С. 104-107.
- [2] Фесенко Е.Г., Данцигер А.Я., Разумовская О.Р. Новые пьезокерамические материалы - Ростов: Изд-во РГУ. - 1983. - 155 с.
- [3] Damjanovic D. Ferroelectric, dielectric and piezoelectric properties of ferroelectric thin films and ceramics // Rep. Prog. Phys. - 1998 - V. 51. - P. 1267-1324
- [4] Новицкий Е.З., Садунов В.Д., Карпенко Г.Я. Поведение сегнетоэлектриков в ударных волнах // ФГВ. - 1978. - Т. 14, N 4. - С. 115-128

- [5] Килер Р., Ройс Е. Ударные волны в конденсированных средах // В. сб.: Физика высоких плотностей энергии, п.р. Кальдиrola П., Кнопфель.Г. - М: Мир. - 1974. - 480 с.
- [6] Smith.R., Ounaies Z. A domain wall model for hysterezis in piezoelectric materials // NASA/CR-1999-209832. ICASE Report - No. 99-52.