

01.10. – m

Ю.П. Степановский

Институт теоретической физики

ННЦ "Харьковский Физико-Технический Институт"

Academicheskaya St. 1, Kharkov, 310108, Ukraine

e-mail: yustep@kipt.kharkov.ua

# От Газа Световых Квантов к Бозе-Эйнштейновским Конденсатам Разреженных Газов Щелочных Металлов (Нобелевская премия по физике 2001)

## Содержание

1. Нобелевские лауреаты по физике 2001	566
2. Тепловое излучение как газ фотонов: Голицын, Вин, Эйнштейн	567
3. Квантовый идеальный газ: Бозе и Эйнштейн, Ферми и Дирак, Джованни Джентиле, конденсация Бозе-Эйнштейна	569
4. Охлаждение атомов до сверхнизких температур: Чу, Коэн-Тануджи, Филипс и В.С. Летохов	572
5. Бозе-эйнштейновские конденсаты разреженных газов щелочных металлов: Эрик А. Корнелл, Вольфганг Кеттерле, Карл Е. Вайман	575

## Abstract

The development of quantum theory of gases is reviewed from the end of XIX century up to nowadays. Especially the contribution of S. Bose and Einstein to the theory of quantum gases is considered. Bose-Einstein, Fermi-Dirac, intermediate statistics, and Bose-Einstein condensation are briefly discussed. After short consideration the phenomenon of laser cooling the contribution of Nobel laureates in physics for 2001 in the problem of achieving Bose-Einstein condensation in alkali gases is described.

## 1. Нобелевские лауреаты по физике 2001

В 2001 году Шведская Королевская Академия Наук присудила Нобелевскую премию по физике [1]

**Эрику А. Корнеллу** (1961 г. рожд., Университет штата Колорадо, Боулдер, США),

**Вольфгангу Кеттерле** (1957 г. рожд., Массачусетский технологический институт, гражданин Германии),

**Карлу Е. Вайману** (1951 г. рожд., Университет штата Колорадо, Боулдер, США)

*за то, что им удалось осуществить конденсацию Бозе-Эйнштейна в разреженных газах щелочных металлов и за первые фундаментальные исследования свойств конденсатов.*

Далее в сообщении Нобелевского комитета говорится [1]:

Лазерный пучок отличается от света обычной электрической лампочки во многих отношениях. В лазерном пучке все частицы света обладают одной и той же энергией и колеблются синхронно. Заставить материю вести себя таким же контролируемым образом — давно было вызовом исследователям. Нобелевские лауреаты нынешнего года достигли в этом успеха, они заставили атомы

"петь в унисон", создав новое состояние материи, бозе-эйнштейновский конденсат (БЭК).

Когда работы, удостоенные Нобелевской премии, впервые были опубликованы, результаты выглядели столь сенсационно, что очень трудно было в них поверить. Однако, все доказательства достоверности результатов были представлены и работы нобелевских лауреатов послужили основой для дальнейшей активной деятельности и прогресса в данной области [2].

Путь к бозе-конденсатам, впервые полученным руками человека в 1995 г., был долгим и сложным и начался он более ста лет тому назад.

## 2. Тепловое излучение как газ фотонов: Голицын, Вин, Эйнштейн

Я позволю дать совет не только тебе, но и всем родственникам, даже всему человечеству, занимайтесь физикой, лучшего совета дать ей-ей не могу.

П.Н. Лебедев сестре Саше [3]

Плохой совет дал П.Н. Лебедев (1866–1912) своей сестре. Впоследствии он сожалел о том, что занялся физикой, а "не умер маленьким". Уже будучи ученым с мировым именем, он писал [4]:

Я ничего не могу думать, ничего делать, вся моя деятельность насаждителя наук в родном отечестве представляется мне какой-то безвкусной канителью, я чувствую, что я как ученый погибаю безвозвратно: окружающая действительность — какой-то непрерывный одуряющий кошмар, беспросветное отчаяние. Если в Академии зайдет речь о преуспевании наук в России, то скажите от имени несчастного профессора Московского университета, что ничего нет: нет ни процветания, нет ни наук — ничего нет.

Наук не было, но ученые были и иногда делали работы, опережающие время. Летом 1892 г. П.Н. Лебедев получил письмо от 29 июня из Флоренции от Б.Б. Голицына (1862-1916) [4, 5]. Письмо было очень большим, в переводе на стандартные машинописные страницы — около 35 страниц, в основном, сплошных формул. В этом письме Б.Б. Голицын изложил результаты своих исследований теплового (черного) излучения, он ввел *температуру*

излучения и нашел очень важный для теории черного излучения *адиабатический инвариант*

$$U\sqrt[3]{V} = const, \quad (1)$$

где  $U$  — энергия, находящаяся в некотором объеме  $V$ . Голицын также нашел соотношение, из которого вытекает закон излучения Стефана-Больцмана, связывающее плотность электромагнитной энергии  $U$  с температурой  $T$  излучения

$$U/V \sim T^4 \quad (2)$$

(Стефан и Больцман под температурой  $T$  понимали температуру излучающего тела, а не температуру самого излучения). Из (1) и (2) следует существование следующего адиабатического инварианта, также полученного Голицыным,

$$T\sqrt[3]{V} = const. \quad (3)$$

Формулу (3) можно переписать в виде уравнения Пуассона, описывающего адиабатическое сжатие идеального газа с показателем адиабаты  $\kappa = c_p/c_v \approx 1,33$ ,

$$TV^{\kappa-1} = const. \quad (4)$$

Таким образом, Б.Б. Голицын показал, что тепловое излучение при адиабатическом сжатии ведет себя, как идеальный газ с некоторым показателем адиабаты.

Письмо Голицына Лебедеву кончалось небольшой припиской его жены Марии Голицыной: "... и не говорите — отчего я не умер маленьким, а лучше повторите за мной — Как хороша жизнь и слава Богу, что я — живу!"

В 1893 г. вышла знаменитая работа Вильгельма Вина (1864-1928) "Новое о связи между излучением черного тела и вторым законом термодинамики [6]", в которой Вин получил ту же формулу (3), что и Голицын, но дополнил ее еще одним соотношением,

$$\lambda/\sqrt[3]{V} = const. \quad (5)$$

Основываясь на соотношениях (3) и (5), Вин пришел к формулировке своего знаменитого закона смещения [6]: "В нормальном спектре испускания черного тела при изменении температуры каждая длина волны смещается таким образом, что произведение температуры на длину волны остается постоянным". Из закона смещения Вина следовали важные общие утверждения о математических свойствах универсальной функции, характеризующей излучение черного тела. В 1896 г. Вин предложил конкретный вид этой функции, хорошо описывающий экспериментальные данные при больших частотах излучения. Работы Вина помогли Макс Планку (1858–1947) найти точное выражение для этой универсальной функции и в 1900 г. ввести представление о кванте действия  $h$ .

Следующий важнейший шаг был сделан Альбертом Эйнштейном (1879–1955). В 1905 г. в статье "Об одной эвристической точке зрения, касающейся возникновения и превращения света [7]" Эйнштейн ввел фундаментальное представление о том, что монохроматическое электромагнитное излучение с частотой  $\nu$  ведет себя как дискретная среда, состоящая из квантов с энергией

$$E = h\nu. \quad (6)$$

Основываясь на работах Вина, Эйнштейн пришел к следующему выводу (Эйнштейн вместо постоянной Планка  $h$  использовал некоторую комбинацию, равную  $h$ ):

Если монохроматическое излучение с частотой  $\nu$  и энергией  $E$  заключено в объеме  $v_0$  (ограниченном зеркальными стенками), то вероятность того, что в любой заданный момент времени вся энергия излучения будет находиться в части  $v$  объема  $v_0$ , дается выражением

$$W = \left(\frac{v}{v_0}\right)^{\frac{E}{h\nu}}. \quad (7)$$

Отсюда мы заключаем далее.

Монохроматическое излучение ... в смысле теории теплоты ведет себя так, как будто бы оно состоит из независимых друг от друга квантов энергии величиной  $h\nu$ .

Эйнштейн пошел еще дальше и сделал следующий важный шаг, позволивший ему объяснить явление фотоэффекта:

Но если монохроматическое излучение ... ведет себя как дискретная среда, состоящая из квантов энергии величиной  $h\nu$ , то напрашивается вопрос, не являются ли и законы возникновения и превращения света также такими, как будто свет состоит из подобных же квантов энергии.

Следующий важный вклад в теорию световых квантов был внесен Эйнштейном в 1916 г. (в 1926 г. световые кванты были названы фотонами.) В двух статьях [8, 9], посвященных квантовой теории излучения и лежащих в основе квантовой электроники, Эйнштейн впервые ввел представление о вынужденном излучении фотонов, явлении, на котором основана работа лазеров и мазеров. В этих же статьях Эйнштейн приписал световым квантам импульс

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}. \quad (8)$$

В световые кванты Эйнштейна долго никто не верил. Они были признаны только после того, как в 1922 г. Артур Комптон (1892–1962), исследуя рассеяние рентгеновских лучей на электронах и проделав соответствующие теоретические расчеты, доказал, что кванты света ведут себя, как корпускулы, обладающие энергией и импульсом, в согласии с формулами Эйнштейна (6) и (8).

В 1924 г., когда старая "квантовая" механика стала сменяться "новой", представление о том, что черное излучение представляет собой газ, состоящий из световых квантов, уже не вызывало возражений. Вильгельм Вин, Макс Планк, Альберт Эйнштейн за работы по исследованию черного излучения стали Нобелевскими лауреатами.

Судьба же работы Б.Б. Голицына "О лучистой энергии", изложенной им в письме П.Н. Лебедеву, оказалась более чем печальной. В 1892 г. эта работа была опубликована Голицыным в немецком журнале *Annalen der Physik und der Chemie*. Журнал *Philosophical Magazine* заинтересовался этой работой и опубликовал ее на английском языке. Голицын включил эту работу как часть в свою магистерскую диссертацию и подал диссертацию в физико-математический факультет Московского университета в феврале 1893 г. Диссертация получила резко отрицательный отзыв, особенно часть "О лучистой энергии". Основное, в чем обвинили Голицына, было то, что он приписал излучению температуру. Одним из авторов отзыва был классик русской науки физик Г.А. Столетов (1839–1896). Голицын пытался возражать. Другой классик русской науки ботаник К.А. Тимирязев (1843–1920) указал Голицыну, что за его "долглетнюю факультетскую практику не было случая, чтобы автор диссертации позволял себе высказывать перед факультетом свое суждение о мнении рецензентов, назначенных факультетом. [5]" Возможно, "классиков", известных своими демократическими взглядами, сильно раздражало то, что Голицын был князем, представителем старинного аристократического рода. Когда окончивший Морской корпус и Морскую академию морской офицер князь Борис Голицын ушел из флота, чтобы поступить на физико-математический факультет Петербургского университета, ему не удалось это сделать, так как, согласившись сдавать гимназические курсы латыни и греческого, Голицын наотрез отказался сдавать арифметику и Закон Божий. Голицын стал учиться в Страсбургском университете, где и подружился с Лебедевым, который оказался в Страсбурге тоже потому, что не учился в гимназии.

Г.А. Столетов искренне считал, что температура электромагнитного излучения — это абсурд. Он написал письма о конфликте с Голицыным Гельмгольцу, лорду Кельвину и Больцману. Все они согласились с тем, что Столетов прав. Но уже через

несколько лет, к началу XX века, понятие температуры излучения стало общепринятым. Г.А. Столетов сильно пострадал из-за истории с Голицыным. Когда в 1893 г. Столетов был выдвинут в Академию Наук, президент Академии Наук великий князь Константин Романов, хорошо знавший Голицына, вычеркнул фамилию Столетова и вписал фамилию Голицына. Голицын занял место Столетова в Академии и вскоре тоже стал общепризнанным классиком русской науки. Но, увы, к исследованию черного излучения он больше не возвращался. Он стал выдающимся геофизиком и сейсмологом.

### 3. Квантовый идеальный газ: Бозе и Эйнштейн, Ферми и Дирак, Джованни Джентиле, конденсация Бозе-Эйнштейна

Статистики — все равно, квантовая или классическая — управляются теми же самыми распределениями вероятности, что и распределение изюма в тексте, число опечаток на странице или вероятность реализации успеха

Б. Лавенда [10]

Рассказывают, что, когда Шатъендре Нату Бозе (1894–1974) было три года, бенгальский астролог предсказал его отцу [11]:

Этот ребенок всю свою жизнь будет встречаться со многими препятствиями, но, благодаря своему исключительному уму, он преодолет их, и его слава будет великой.

Выдающийся индийский ученый Шатъендра Нат Бозе был очень разносторонним человеком. Он серьезно и глубоко интересовался не только физикой, но и химией, биохимией, геологией, зоологией, антропологией и другими науками. Но мировую славу ему, как физика, принесла одна единственная его работа, отвергнутая английским журналом *Philosophical Magazine* как не представляющая никакого интереса. В июне 1924 г. Бозе послал свою отвергнутую статью "Закон Планка и гипотеза световых квантов" А. Эйнштейну. Статья Бозе содержала новый вывод формулы Планка и очень заинтересовала Эйнштейна. Эйнштейн сам перевел статью Бозе на немецкий язык и вскоре статья Бозе была опубликована в журнале *Zeitschrift für Physik* с комментариями Эйнштейна [12].

Когда Бозе был студентом Индийской высшей школы в Калькутте, он однажды во время испытания по математике поставил рекорд — набрал 110

баллов из 100 возможных: некоторые из задач он решил несколькими способами и настолько блестяще, что преподаватель добавил ему лишние баллы [11]. Столь же блестящий результат Бозе получил и в физике: он первый понял, что вся "квантовость" статистического распределения фотонов в черном излучении заключается в том, что кванты света неотличимы один от другого и что набор состояний, которые могут занимать световые кванты, является дискретным. Это было открытие, важности которого сам Бозе даже не осознавал.

Статья Бозе навела Эйнштейна на мысль, что идеальный газ атомов и молекул так же должен подчиняться квантовым законам, как и газ фотонов. То, как Бозе рассматривал кванты света, Эйнштейн тотчас же применил к идеальному газу. "Если серьезно отнестись к выводу формулы Планка методом Бозе...", — писал Эйнштейн [14], — то, "допуская, что излучение можно рассматривать как газ из квантов, мы обязаны признать, что аналогия между газом из квантов и газом из молекул должна быть полной." В 1924–1925 гг. Эйнштейн в статьях [13–15] "Квантовая теория одноатомного идеального газа" и "К квантовой теории идеального газа", отталкиваясь от работы Бозе, ввел в статистическую физику новую, квантовую, статистику — "статистику Бозе-Эйнштейна".

Эйнштейн думал, что любой идеальный газ подчиняется этой статистике. Однако в 1925 г. Вольфганг Паули (1900–1958) ввел свой *принцип запрета*, запрещающий двум электронам находиться в одном и том же квантовом состоянии. Энрико Ферми (1901–1954) первый пришел к мысли, что могут существовать атомы и молекулы, подчиняющиеся принципу Паули. 26 марта 1926 г. редакция журнала *Zeitschrift für Physik* получила статью Ферми "О квантовании идеального одноатомного газа", в которой Ферми ввел новую квантовую статистику, оказавшуюся впоследствии чрезвычайно полезной для исследования поведения электронов в металлах. Эта работа [16] считается важнейшим вкладом Ферми в теоретическую физику.

12 лет спустя, в 1938 г., Энрико Ферми, нобелевский лауреат, член Королевской академии Италии, после получения Нобелевской премии в Италию не вернулся, а, к радости итальянских властей, сбежал в Соединенные Штаты Америки<sup>1</sup>. Итальян-

<sup>1</sup>Итальянские газеты с возмущением писали о том, что, получая Нобелевскую премию, Ферми, вместо того, чтобы приветствовать шведского короля, как полагалось итальянцу, фашистским римским приветствием, просто пожал протянутую ему королем руку. В связи с этим антифашистским жестом Ферми, интересен следующий отрывок из воспоминаний Ю.Б. Румера (1901–1985) [17], ровесника Ферми. В 1923 г. Румер работал ассистентом у Макса Борна (1882–1970) в Геттингене. В начале 1923 г. в Геттинген к Макс Борну приехал Энрико Ферми. "...приехал один из физиков первого класса. Во всяком случае, лучше Ландау — Ферми... Он, так сказать, партийный человек, он даже в Геттингене носил фашистскую черную рубашку и нагонял страх на

ские власти, только что опубликовавшие фашистский "Расовый манифест", вздохнули с облегчением: необходимость принимать репрессивные меры по отношению к гордости нации Энрико Ферми и его жене-еврейке Лауре отпала.

США уже тогда заботились об интеллектуальном потенциале страны, и "как ни всеильна Нобелевская премия, она не спасла Энрико от обязательного экзамена по арифметике [18]". Ферми не был гордым русским князем Голицыным и согласился пройти испытание. Экзаменовала женщина.

— Сколько будет 15 плюс 27? — спросила она у Энрико.

— 42, — уверенно и гордо ответил Энрико.

— Сколько будет, если 29 разделить на 2?

— 14,5, — отвечал Энрико.

Особенно высока забота об интеллектуальном уровне нации в США в настоящее время [19]: по требованию штата Калифорния, после долгого сопротивления конгресса и сенаторов, теперь в США в школах будут учить, что вода может находиться в трех фазовых состояниях (добавили водяной пар), а не в двух, как учили раньше; кроме того, от каждого выпускника средней школы будут требовать, чтобы он мог разделить 111 на 3 без калькулятора. Возможно, в будущем, в школах будут учить даже сложению дробей. Пока что сложить одну вторую с одной третьей в США умеют только 20 % учителей и 5 % учеников (из этих 5 %, наверное, и вырастают будущие нобелевские лауреаты).

Но вернемся к квантовым статистикам. 26 августа 1926 г. Поль Адриен Морис Дирак (1902-1984) представил Королевскому обществу статью "К теории квантовой механики", в которой также рассмотрел квантовую теорию идеального газа и ввел новую квантовую статистику, идентичную той, которую ввел Ферми [20]. Предоставим слово самому Дираку [21].

Вскоре после публикации я получил письмо от Ферми. Ферми указывал, что предложенная мной статистика совсем не нова и что он сам ввел ее некоторое время назад. Ссылку на свою статью

итальянцев, которые в Германии иногда развязывали языки больше, чем нужно. И один из них — Вик — обегал всех товарищей и говорил: "Ферми приехал. Ради бога, не говорите, что я здесь глупости говорил". Воспоминания Ю.Б. Румера проливают свет на одну старую загадку: почему никто в Геттингене, ни сам Макс Борн, ни Паули, ни Гейзенберг не разглядели в молодом Ферми будущего великого физика? Может быть, мешала черная рубашка? И какое счастье для человечества (исключая, конечно, японцев), что Ферми женился на еврейке и, благодаря этому, делал атомную бомбу для Трумена, а не для Муссолини!

Ферми мне сообщил. Просмотрев работу, я увидел, что Ферми прав... Читая работу Ферми, я вспомнил, что видел ее прежде, но совершенно забыл об этом... В результате я отправил Ферми письмо, полное извинений...

Таким образом, мы имеем две квантовых статистики — статистику Бозе-Эйнштейна и статистику Ферми-Дирака. Подчиняющиеся этим статистикам *бозоны* могут находиться в данном квантовом состоянии в каком угодно количестве  $(0, 1, 2, \dots, \infty)$ , а *фермионы* — не более одного  $(0, 1)$ . Возникает естественное желание построить квантовую статистику, в которой числа заполнения не превосходили бы некоторого целого числа  $d$   $(0, 1, 2, \dots, d)$ . Такую *промежуточную* статистику рассмотрел в 1940 г. Джованни Джентиле младший (1906–1942) [22, 23], сын Джованни Джентиле старшего<sup>2</sup> и близкий друг итальянского гения Этторе Майорана [24].

Энрико Ферми и Поль Дирак разными путями пришли в науку: Ферми увлекся физикой еще мальчиком, а Дирак стал физиком-теоретиком по довольно прозаической причине: выучившись на инженера-электрика, он не смог найти работу и поступил в аспирантуру по теоретической физике, потому что там платили стипендию. Ферми и Дирак оба прекрасно владели математикой, именно это помогло Дираку получить стипендию в Кембридже. Дирак был не менее Ферми силен в арифметике и в решении всяких головоломных математических задач, а именно это понадобилось при построении квантовых статистик. Рассказывают [25], что, когда однажды Дирак приехал в Геттинген, умы геттингенских математиков были заняты серьезной задачей: как с помощью *заданного* количества двоек и всевозможных алгебраических знаков представить любое целое число от 1 до 100. Используя *четыре* двойки можно написать, например:

$$1 = \frac{2 \times 2}{2 \times 2}, \quad 2 = \frac{2}{2} + \frac{2}{2}, \quad 3 = 2^2 - \frac{2}{2}.$$

Дирак, узнав об этой проблеме, довольно быстро нашел общее решение задачи, позволяющее записать любое целое число  $N$  с помощью *только трех двоек*:

$$N = -\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}.$$

Вывод статистики Бозе-Эйнштейна основывается на решении следующей комбинаторной задачи:

<sup>2</sup>Джованни Джентиле старший (1875–1944), знаменитый итальянский философ и фашистский политик, основатель Дома Галилея в Пизе (1942), в апреле 1944 по дороге домой был встречен группой итальянских коммунистов-антифашистов. "Вы профессор Джованни Джентиле?" — "Да, я." Джованни Джентиле старший был тотчас же застрелен. За то, что был президентом Итальянской Академии в Фашистской Социалистической Республике, установленной немцами после падения Муссолини в 1943 г.

сколькими способами можно 20 яблок разделить между 5 детьми? Яблоки, как и квантовые частицы, считаются неразличимыми. (В 1955 г. эта задача уменьшила вдвое количество абитуриентов, поступающих на физико-математический факультет Харьковского университета!) Конечно же, нужно решить более общую задачу: найти количество вариантов разбрасывания  $N$  тождественных частиц по  $A$  квантовым состояниям.

Статистика Ферми-Дирака связана с более простой задачей: сколькими способами  $N$  яблок можно разделить между  $A$  детьми, если каждому ребенку давать не более одного яблока.

И, наконец, промежуточной статистике соответствует самая сложная задача: сколькими способами  $N$  яблок можно разделить между  $A$  детьми, если каждому ребенку давать не более  $d$  яблок.

Общий метод решения подобных задач предложил Леонард Эйлер (1707–1783) еще в 1751 г. [26]. В наиболее общем случае промежуточной статистики нам нужно определить количество решений дифантова уравнения

$$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_A = N, \quad (9)$$

где каждое из  $n_i$  не превышает  $d$ . Рассмотрим следующую функцию переменной  $x$ ,

$$\sum_{n_i=0}^d x^{n_1+n_2+n_3+\dots+n_A} = 1 + \dots + a_N x^N \dots \quad (10)$$

Очевидно, что  $a_N$  и есть ответ. Функция (10) легко вычисляется:

$$\sum_{n_i=0}^d x^{n_1+n_2+n_3+\dots+n_A} = \left( \frac{1-x^{d+1}}{1-x} \right)^A. \quad (11)$$

Разлагая функцию (11) в ряд по  $x$ , найдем интересное нас количество решений уравнения (9).

Дальше задача усложняется следующим образом. Учитывается, что квантовые состояния бывают разные, что есть какое-то количество состояний  $A_1$  с энергией  $E_1$ , количество состояний  $A_2$  с энергией  $E_2$ , количество состояний  $A_s$  с энергией  $E_s$ . Считается, что полное число частиц и полная энергия фиксированы,

$$\sum_s N_s = N, \quad (12)$$

$$\sum_s E_s N_s = E. \quad (13)$$

И, наконец, находятся наиболее вероятные числа заполнения  $N_s$ , при условии выполнения (12) и (13), которые в случае промежуточной статистики [23] имеют вид

$$N_s = A_s \left( \frac{1}{e^{\alpha+\beta E_s}} - \frac{d+1}{e^{(d+1)(\alpha+\beta E_s)}} \right), \quad (14)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — некоторые постоянные, выражающиеся через полное число частиц и полную энергию системы.

При  $d = \infty$  мы приходим к статистике Бозе-Эйнштейна,

$$N_s = A_s \frac{1}{e^{\alpha+\beta E_s} - 1}. \quad (15)$$

При  $d = 1$  приходим к статистике Ферми-Дирака,

$$N_s = A_s \frac{1}{e^{\alpha+\beta E_s} + 1}. \quad (16)$$

Промежуточные статистики после Джованни Джентиле рассматривались еще не один раз: Х. Грин (1953), Д.В. Волков (1956), О.В. Гринберг (1964) и др. Но о работах Джентиле, как пионера в этой области, долгое время знали только итальянцы [10].

В статье [14] Эйнштейн основываясь на том, что знаменатель в формуле (15) может обратиться в нуль, предсказал новое физическое явление: если понижать температуру газа, состоящего из бозонов, то при температуре ниже некоторой критической температуры возникает новое состояние вещества, названное впоследствии конденсатом Бозе-Эйнштейна. Предсказание Эйнштейна было воспринято скептически, да Эйнштейн и сам в него не очень-то верил. В ноябре 1924 г. Альберт Эйнштейн писал Паулю Эренфесту (1880–1933) [27]: "Начиная с определенной температуры, молекулы "конденсируются" без притяжения, то есть накапливаются при скорости, равной нулю. Теория красива, но есть ли в ней доля истины?". Эйнштейна обвиняли в некорректности математических выкладок, в неправильном переходе от суммирования к интегрированию, в неправильном переходе к пределу (эти обвинения не были лишены оснований). Только в 1938 г. было признано, что охлажденный ниже 2.19 К гелий, (сверхтекучий He II) представляет собой бозе-эйнштейновский конденсат (точнее, только около 8 % атомов гелия превращаются в бозе-конденсат, но они-то и придают гелию свойство сверхтекучести).

Бозе, Эйнштейн, Дирак рассматривали квантовый газ атомов, или молекул, заключенный в ящик конечного объема. При этом квантовыми состояниями у них были "ячейки" фазового пространства  $\Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z \Delta x \Delta y \Delta z$  размером  $h^3$ , и частицы с нулевой энергией и импульсом, выпадающие в конденсат, никак не локализуются в пространстве, они равномерно "размазаны" по ящику. Так в книге [28] специально подчеркивается, что речь идет "разве что о "конденсации" в импульсном пространстве", никакой реальной конденсации в газе, конечно, не происходит". Однако, бозе-эйнштейновская конденсация может сопровождаться и реальной конденсацией. Такое квантование состояний рассмотрел Ферми в упоминавшейся работе 1926 г. [16].

Ферми рассматривал газ, находящийся в потенциальной яме трехмерного гармонического осциллятора. В таком случае, частицы, падающие на дно ямы в наименьшее энергетическое состояние, оказываются локализованными и в координатном пространстве (именно это и происходило в опытах нобелевских лауреатов 2001).

Поясним явление бозе-эйнштейновской конденсации на примере распределения яблок между детьми. Пусть дети делятся на мальчиков и девочек. И пусть девочкам яблоки раздаются бесплатно, а каждый мальчик платит за яблоко по одной, по две, или по три копейки (мальчики сами знают, кто сколько платит). Пусть в классе, в котором 10 мальчиков и 10 девочек нужно раздать 100 яблок и получить за них 80 копеек. Ясно, что способов раздачи будет множество. А теперь, предположим, что яблоки нужно раздать бесплатно. Тогда все яблоки "конденсируются" у девочек, но будут "размазаны" по классу. Допустим, теперь, что все девочки вяжут в классе, а мальчики гуляют во дворе. Теперь все бесплатные яблоки не только "конденсируются" у девочек, но и "локализируются" в классе. Ясно, что количество копеек, которое должно быть получено за яблоки, играет роль полной энергии.

Для того, чтобы получить бозе-эйнштейновский конденсат атомов разреженного газа, нужно охладить этот газ до очень низких температур. Прежде чем рассмотреть, как это делается, поговорим о некоторых вопросах, касающихся присуждения нобелевских премий.

#### 4. Охлаждение атомов до сверхнизких температур: Чу, Коэн-Тануджи, Филипс и В.С. Летохов

А люди все роптали и роптали,  
А люди справедливости хотят,  
Говорят: мы в очереди первыми стояли,  
А те, кто сзади нас, уже едят.  
Им объяснили, чтобы не ругаться.  
Мы просим вас: уйдите, дорогие. Те, кто  
едят, ведь это иностранцы, А вы, прошу  
прощения, кто такие?

В. Высоцкий

2001 год был юбилейным: 100 лет назад были вручены первые Нобелевские премии. Распределение 12 премий 2001 г. (наука) по странам и в этот раз было типичным: США (8), Великобритания (2), Германия (1), Япония (1). По общему количеству премий США далеко впереди всех других стран. Вот первые десять стран (наука): США (231), Великобритания (75), Германия (61), Франция (27), Швеция (19), Швейцария (15), Нидерланды (14),

Россия (12), Австрия (9), Дания (8). Бесспорно лидерство США и в Нобелевских премиях по физике: США (72), Великобритания (20), Германия (19), Франция (11), Нидерланды (8), Россия (8), Швеция (4), Швейцария (4), Австрия (3), Дания (3). Абсолютное лидерство США в Нобелевских премиях выглядит особенно примечательно на фоне охватившей США "эпидемии научной безграмотности [29]". Так, например, значительная часть населения США "считает Чернобыль лыжным курортом, ДНК пищевой добавкой, мегабайт чем-то имеющим отношение к болезням зубов, а протоны тем, что кладут в салат [29]". "Научная грамотность американского общества находится на следующем уровне: половина взрослого населения не знает, что Земля обращается вокруг Солнца за 1 год. ... каждого второго взрослого ставит в тупик задача определить одну сторону квадрата при известной другой стороне [30]".

В 1997 г. Нобелевскую премию по физике получили Стивен Чу, США (р. 1948), Клод Коэн-Тануджи, Франция (р. 1933) и Уильям Д. Филипс, США (р. 1948) [31, 33]

*за развитие методов охлаждения и пленения атомов с помощью лазерного света.*

Решение Нобелевского комитета по физике 1997 г. было встречено в России с недоумением и непониманием. "Огромное достижение физики последнего десятилетия — лазерные методы охлаждения, — говорил директор Физико-технологического института РАН К.А. Валиев [34]. — Мы достигли рекорда в получении сверхнизких температур. Одним из первых разрабатывал эту тему Владилен Летохов из Института спектроскопии. Но Нобелевскую премию за лазерные методы охлаждения в 1997 году получили двое американцев и француз. Мы даже посылали официальный протест по этому поводу".

"Независимая газета" писала 9 февраля 2002 г. о В.С. Летохове:

Согласно данным Института научной информации (Филадельфия, США), доктор физико-математических наук Владилен Степанович Летохов — наиболее цитируемый российский ученый во всех областях науки за период с 1973 по 1988 г. Он — автор более семисот статей и полутора десятков монографий по лазерной физике, спектроскопии, химии и биомедицине; активно преподает в самых престижных научных центрах США, Германии, Швеции, Франции. И это не случайно. Достаточно назвать всего лишь одну работу, которую Летохов, руководитель лаборатории лазерной спектроскопии Института спектроскопии РАН (г. Троицк), выполнил со своими коллегами

Виктором Балыкиным и Владимиром Миногиным, — "Лазерное охлаждение и пленение атомов": впервые в мире им удалось с помощью луча лазера охладить атомы натрия до температуры 3.5 микроградуса Кельвина, то есть практически до абсолютного нуля. (За это исследование в 2001 г. все трое получили премию Российской академии наук имени Д.С. Рождественского.)

Список ста наиболее цитируемых советских ученых (1973–1988) приведен и проанализирован в статье Е. Гарфилда [35, 36] "Русские идут!". На 270 публикаций В.И. Летохова за это время сослалось 4575 человек (1-е место). Для сравнения: на 91 публикацию Я.Б. Зельдовича за то же время сослалось 1732 человека (26-е место).

В.С. Летохов предложил метод пленения атомов пучностями или минимумами плоской электромагнитной стоячей волны еще в 1968 г. [37]. Фундаментальная статья об охлаждении и пленении атомов была опубликована Летоховым с соавторами в 1977 г. [38]. Обзоры [39, 40] и монография [41] о методах лазерного охлаждения атомов были опубликованы в 1981, в 1985 и 1986 гг. Монография [41] была переведена на английский язык и вышла в США в 1987 г. Вклад Летохова в развитие метода лазерного охлаждения отмечен как в сообщении Нобелевского комитета, так и каждым из нобелевских лауреатов 1997 г. в их нобелевских лекциях [42–44].

Здесь не место обсуждать несовершенства в работе Нобелевского комитета, неизбежные в таком большом деле, как присуждение самых престижных научных премий в мире. Нобелевские премии, как и все премии, присуждают люди, со своими слабостями и симпатиями. Вспомним историю присуждения премии Парижской Академии Наук в 1888 г. С.В. Ковалевской (1850–1891), по словам Фриггофа Нансена [45], "самой умной и обаятельной женщины того времени". В июне 1886 г. симпатизировавшие Софье Ковалевской французские математики Эрмит, Бертран, Жордан и Дарбу, члены комиссии по организации конкурса на премию, спросили у Ковалевской, чем она сейчас занимается, и сочли, что ее работа вполне подходит для присуждения премии. "Таким образом, не С.В. Ковалевская писала на тему, выдвинутую Парижской Академией Наук, а, наоборот, Парижская Академия Наук выдвинула тему, учитывая те возможности значительного продвижения, которые стали ясны из результатов, полученных С.В. Ковалевской! [46]" Работа была подана анонимно, и обычно рассказывают о том, как были удивлены члены жюри, узнав о том, что победитель конкурса — женщина, к тому же русская, и что премия, "состоящая из 3000 франков, ввиду важности получен-

ных Ковалевской результатов, была увеличена до 5000 франков. [45]" Но все эти закулисные игры не делают конкурсную работу С.В. Ковалевской менее замечательной, а ее мировую славу менее заслуженной. Так же недооценка работ В.С. Летохова не делает работы нобелевских лауреатов 1997 г. менее интересными, или менее важными.

В недавней статье В.Л. Гинзбурга отмечено одно существенное изменение в характере присуждения Нобелевских премий, которое произошло за последние 2-3 десятилетия. Нобелевские лауреаты теперь часто напоминают трех победителей в соревнованиях "на беговой дорожке", когда все "решает секундомер". Говоря о том, что нобелевских премий тоже только три, а участников научных коллективов, проводящих серьезное экспериментальное научное исследование обычно гораздо больше, В.Л. Гинзбург пишет [47]: "Думаю, что некоторые соавторы лауреатов, не получившие премии, чувствуют себя не очень уютно, и аналогия с пробежавшими дистанцию на сотые доли секунды медленнее трех медалистов не слишком далека от реальности."

Нобелевские премии вот уже сто лет служат прогрессу науки, но в связи с болезненными проблемами приоритета, в связи с той шумихой, которая возникает вокруг нобелевских премий, в связи с нередко превратным толкованием работ нобелевских лауреатов в средствах массовой информации, вспоминаются слова Бернарда Шоу<sup>3</sup>: "Изобретение динамита еще можно простить Альфреду Нобелю, но только враг человеческий способен на изобретение Нобелевской премии! [48]"

Рассмотрим теперь вопрос об охлаждении и пленении атомов с помощью лазерного света. Еще Иоганн Кеплер (1571–1639) в трактате "О кометах" (1619) дал простое объяснение характерных свойств кометных хвостов, основанное на предположении о том, что лучи света оказывают давление на тела, на которые они падают. Однако, экспериментально доказать существование светового давления удалось П.Н. Лебедеву только в 1900 г. [49]. В 1910 П.Н. Лебедев экспериментально доказал [50], что свет оказывает давление на молекулы газа. В 1916 г. А. Эйнштейн [9] выяснил квантовую природу давления света на атомы и молекулы: кванты света поглощаются атомами и молекулами и при этом отдают атомам и молекулам свой импульс. Атомы и молекулы переходят в возбужденное состояние и затем спонтанно излучают квант света той же энергии. Однако, поглощают они *направленный* импульс, а излученный фотон улетает в про-

<sup>3</sup>Бернард Шоу (1856–1950) в 1925 г. был удостоен Нобелевской премии и отказался от нее. Он стал получать сотни писем, в основном, от американцев, авторы которых писали, что раз уж он так богат, пусть поделится избытками своих доходов. В конце концов, Бернард Шоу согласился принять премию и тотчас же передал ее срочно организованному англо-шведскому литературному союзу. [48]

извольном направлении, излучение *изотропно*. Затем этот процесс переизлучения происходит снова и снова, и, в среднем, на атом, или молекулу, действует *направленная сила*. Поглощение кванта — это резонансный процесс и давление на атом будут оказывать только такие кванты, энергия которых совпадает с энергией возбуждения атома.

Практически сразу же после изобретения лазера возникло новое научное направление: исследование давления резонансного светового излучения на атомные частицы. "...высокая спектральная яркость и монохроматичность лазерного излучения позволяют в условиях резонанса излучения с атомным переходом создавать значительное световое давление, практически недоступное при использовании обычных тепловых источников света. Например, непрерывное лазерное излучение умеренной интенсивности (порядка  $0.1 \text{ Вт/см}^2$ ), достаточной для насыщения разрешенного дипольного перехода атома, создает силу светового давления, под действием которой атом получает ускорение на четыре-пять порядков больше гравитационного ускорения. [41]"

Кроме спонтанного излучения, существует еще открытое Эйнштейном вынужденное излучение, при котором излучаемый фотон вылетает в направлении поглощаемого, причем вероятности вынужденного излучения и поглощения равны друг другу. Поэтому в итоге атом отдаст тот импульс, который получил, и световое давление не возникнет. Чем больше спонтанных переходов испытывает атом в единицу времени, тем больше действующее на него давление. С временем жизни  $\Delta\tau$  атома в возбужденном состоянии связана ширина возбужденного уровня  $\Gamma = 1/\Delta\tau$ . В случае, если переход *насыщенный*, то есть атом возбуждается сразу же после возвращения в основное состояние, силу, действующую на атом, можно оценить следующим образом,

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta\tau} = \hbar\vec{k}\Gamma, \quad (17)$$

где  $\vec{k}$  — волновой вектор поглощаемого фотона. Существование ширины уровня важно еще и в том отношении, что фотоны поглощаются не строго резонансно, а существует небольшой диапазон частот поглощаемых фотонов.

До сих пор мы говорили о давлении на покоящиеся атомы. Но если газ нагрет и атомы движутся со значительной скоростью, то резонансные для покоящихся атомов фотоны из-за эффекта Доплера перестанут быть резонансными для движущихся. С этим и связана идея лазерного охлаждения атомов газа: если осветить газ со всех сторон лазерными лучами, фотоны которых резонансно возбуждают атомы, движущиеся со средней скоростью  $\bar{v}$ , то все такие атомы будут замедляться (в действительности, за счет существования ширины уровня перехода, будут замедляться атомы, движущиеся на-

встречу лазерным лучам со скоростями, лежащими в некотором диапазоне скоростей). Световое поле нескольких лазеров, действующее на атомы, как вязкая жидкость, получило название "оптическая патока".

Количественное представление об обмене импульсом и энергией при поглощении (испускании) фотона можно получить на примере атома натрия [41], резонансно поглощающего излучение с длиной волны  $\lambda = 5890 \text{ \AA}$  при переходе из основного состояния  $3S$  в возбужденное состояние  $3P$  (желтая линия атома натрия). Изменение скорости атома натрия при поглощении (испускании) фотона данной длины волны  $\Delta v \approx 3 \text{ см/с}$ . Энергия отдачи в единицах частоты равна примерно 25 кГц. Средняя тепловая скорость атома натрия при комнатной температуре  $\bar{v} \approx 50000 \text{ см/с}$ . Для такой скорости доплеровский сдвиг частоты  $\Delta\nu \approx 850 \text{ МГц}$ . Естественная ширина линии перехода  $3S - 3P$  равна 10 МГц.

В статье [38] В.С. Летохов, В.Г. Миногин и Б.Д. Павлик показали, что существует теоретический предел степени охлаждения атомов в "оптической патоке", определяемый шириной уровня перехода и названный впоследствии доплеровским пределом ( $k_B$  — постоянная Больцмана),

$$T_{DL} = \hbar\Gamma/2k_B. \quad (18)$$

Для атомов натрия  $T_{DL} \approx 240 \text{ мкК}$ .

Охладить атомы натрия до доплеровского предела удалось в 1985 г. С. Чу с сотрудниками с помощью шести встречных, попарно пересекающихся под прямыми углами лазерных лучей. В 1988 г. У.Д. Филипс обнаружил, что можно охладить атомы натрия до температуры 40 мкК, что в шесть раз ниже доплеровского предела. Расхождение с первоначальной теорией, как показали в 1989 г. независимо К. Коэн-Таннуджи и С. Чу с сотрудниками, объяснялось тем, что не учитывалось вырождение нижнего уровня атома натрия.

Скорость отдачи, которую атом получает, излучая фотон, соответствует температуре, называемой пределом отдачи. Для атома натрия предел отдачи равен 2.4 мкК. Представлялось совершенно невозможным охладить атомы до более низкой температуры, поскольку атомы, облучаемые лазерами, не могут не поглощать фотоны. Однако К. Коэн-Таннуджи и его группа между 1988 и 1995 гг. разработали метод, позволяющий переводить атомы в "темное" состояние, в котором они не поглощают фотоны. Это удалось сделать с атомами гелия, для которых предел отдачи равен 4 мкК. С помощью шести лазерных пучков атомы гелия были охлаждены до температуры 0.18 мкК, соответствующей скорости всего 2 см/с!

## 5. Бозе-эйнштейновские конденсаты разреженных газов щелочных металлов: Эрик А. Корнелл, Вольфганг Кеттерле, Карл Е. Вайман

Я хотел бы, чтобы значение и роль хорошего эксперимента запомнилась бы вам в словах шуточного афоризма, принадлежащего героине романа "Джельтмены предпочитают блондинок", одного из "классических" американских произведений: "Любовь — это хорошая вещь, но золотой браслет остается навсегда".

Я думаю, что мы, ученые, можем сказать: теория — хорошая вещь, но правильный эксперимент остается навсегда.

П.Л. Капица [51]

Эрик А. Корнелл, Вольфганг Кеттерле, Карл Е. Вайман, нобелевские лауреаты 2001 г. пошли еще дальше нобелевских лауреатов 1997 г.: они не только охладили атомы до еще более низких температур, но и сумели удержать охлажденные нейтральные атомы в магнитной ловушке и сконденсировать их в бозе-эйнштейновский конденсат.

Это не первый случай, когда Нобелевскую премию дают за удержание частиц в ловушках. В 1985 году Ханс Георг Демельт (род. 1922) с сотрудниками непрерывно в течение 10 месяцев удерживали в электромагнитной ловушке один-единственный электрон! Ловушка была специально построена для измерения магнитного момента электрона, который был найден равным

$$\mu_e = 1.001159652188(4)\mu_B,$$

где  $\mu_B$  — магнетрон Бора. Это наблюдаемое значение с точностью до 10 знаков после запятой совпадает с теоретическими расчетами, выполненными Киношитою в 1988 году.

В 1989 году Вольфганг Пауль (1913–1993) с сотрудниками, в Гренобле, удерживали нейтроны в магнитной ловушке в форме тороидального накопительного кольца в течение 90 минут, наблюдая экспоненциальный распад нейтронов. Они определили период полураспада нейтрона как  $T_{1/2} = 608(7)$  с, что означает, что к кольцу их эксперимента в накопительном конце оставалось только 0.2 % от количества первоначально инжектированных в ловушку нейтронов. В этих же экспериментах удалось непосредственно "взвесить" нейтрон, определив его гравитационную массу как  $m_g = 1.63(6) \cdot 10^{-24}$  г.

В 1989 В. Пауль и Х.Г. Демельт "за развитие техники ионных ловушек" были удостоены Нобе-

левской премии по физике. Подробнее о работах этих нобелевских лауреатов можно прочитать в их нобелевских лекциях [52, 53].

В июне 1995 года Корнелл и Вайман сумели охладить 2000 атомов рубидия ( $^{87}\text{Rb}$ ) до 0,02 мК (20 нанокельвинов!). Ядра рубидия  $^{87}\text{Rb}$  имеют спин 3/2, который складывается со спином электрона на незаполненной оболочке в суммарный спин 1. Такие атомы рубидия обладает магнитным моментом и их можно удержать в магнитной ловушке. Потенциал, действующий на атомы, имел характер трехмерного осцилляторного потенциала. Атомы попадали в ловушку уже после того, как они подвергались лазерному охлаждению. Затем атомам предоставлялась возможность "испаряться" из ловушки. При этом из ловушки уходили самые "горячие" атомы и оставались самые "холодные". Те из оставшихся атомов, которые находились на самом нижнем уровне и образовывали бозе-эйнштейновский конденсат. Понижение температуры сопровождалось резким возрастанием плотности (локализацией) атомов газа в центре ловушки (см. Рис. 1).

Четыре месяца спустя Кеттерле получил бозе-эйнштейновский конденсат атомов натрия ( $^{23}\text{Na}$ ). На этот раз количество атомов было порядка 200000. Кеттерле удалось разрезать каплю конденсата на две части, затем магнитное поле ловушек выключалось и капли, расплываясь, налагались друг на друга. При этом наблюдалась интерференционная картина, свидетельствующая о том, что капли — квантовые объекты и должны описываться макроскопическими волновыми функциями (см. Рис. 2).

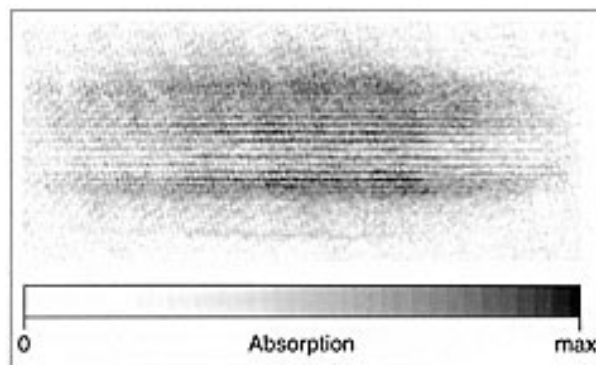


Рис. 2.

Кеттерле сумел сфотографировать капли бозе-эйнштейновского конденсата атомов натрия, выпускаемые одна за другой из ловушки и падающие в гравитационном поле (см. Рис. 3) (настоящий размер этого снимка 2.5 x 5 миллиметров). Такие падающие капли получили название "атомный лазер", поскольку эти капли — когерентные квантовые объекты.

Бозе-эйнштейновским конденсатам, получен-

ным нобелевскими лауреатами 2001 г., развитым ими методам исследования суждено сыграть большую роль как в фундаментальной физике, так и в технических приложениях. Эрик А. Корнелл, Карл Е. Вайман, Вольфганг Кеттерле осуществили замечательные эксперименты, из тех, что "остаются навсегда".

## Список литературы

- [1] Press Release: The 2001 Nobel Prize in Physics // <http://www.nobel.se/physics/laureates/2001/press.html>
- [2] Каган Ю.М. Лауреаты Нобелевской премии 2001 года // Природа. – 2001. – N 1. – С. 65–68.
- [3] Сердюков А.Р. Петр Николаевич Лебедев – М.: Наука. – 1978. – 328 с.
- [4] Научная переписка П.Н. Лебедева (Научное наследство: Т. 15) – М.: Наука. – 1990. – 500 с.
- [5] Голицын Б.Б. Избранные труды, Т. 1. – Изд. АН СССР. – 1960. – 242 с.
- [6] Вин В. Новое о связи между излучением черного тела и вторым законом термодинамики – В кн.: Шепф Х.-Г. От Кирхгофа до Планка. – М.: Мир. – 1961. – С. 149–157.
- [7] Эйнштейн А. Об одной эвристической точке зрения, касающейся возникновения и превращения света – В кн. Эйнштейн А. Собрание научных трудов, Т. III. – М.: Наука. – 1966. – С. 92–107.
- [8] Эйнштейн А. Испускание и поглощение света по квантовой теории – В кн. Эйнштейн А. Собрание научных трудов, Т. III. – М.: Наука. – 1966. – С. 386–392.
- [9] Эйнштейн А. К квантовой теории излучения – В кн. Эйнштейн А. Собрание научных трудов, Т. III. – М.: Наука. – 1966. – С. 393–406.
- [10] Лавенда Б. Статистическая физика – М.: Мир. – 1999. – 432 с.
- [11] Scientist Satyendra Nath Bose – <http://www.calcuttaweb.com/people/snbose.shtml>
- [12] Бозе С.Н. Закон Планка и гипотеза световых квантов – В кн. Эйнштейн А. Собрание научных трудов, Т. III. – М.: Наука. – 1966. – С. 475–478.
- [13] Эйнштейн А. Квантовая теория идеального газа – В кн. Эйнштейн А. Собрание научных трудов, Т. III. – М.: Наука. – 1966. – С. 481–488.
- [14] Эйнштейн А. Квантовая теория идеального газа. Второе сообщение – В кн. Эйнштейн А. Собрание научных трудов, Т. III. – М.: Наука. – 1966. – С. 489–502.
- [15] Эйнштейн А. К квантовой теории идеального газа – В кн. Эйнштейн А. Собрание научных трудов, Т. III. – М.: Наука. – 1966. – С. 503–511.
- [16] Ферми Э. О квантовании идеального одноатомного газа – В кн. Ферми Э. Научных труды, Т. I. – М.: Наука. – 1971. – С. 203–213.
- [17] Румер Ю.Б. Рассказы Юрия Борисовича Румера // УФН. – 2001. – Т. 171, N 10. – С. 1137–1142.
- [18] Ферми Л. Атомы у нас дома – М.: Изд. иностр. лит. – 1958. – 328 с.
- [19] Арнольд В.И. Россия станет америкой, если забросит математику – <http://www.dgap.mipt.ru/artema/math/arnold1.html>
- [20] Дирак П.А.М. К теории квантовой механики – В кн. Дирак П.А.М. К созданию квантовой теории поля. – М.: Наука. – 1990. – С. 39–99.
- [21] Дирак П.А.М. Воспоминания о необычайной эпохе – М.: Наука. – 1990. – 208 с.
- [22] Gentile G. Osservazioni sopra le statistiche intermedie // Nuovo Cimento. – 1940. – V. 17. – pp. 493–497.
- [23] Gentile G. Le statistiche intermedie e le proprietà dell'elio liquido // Nuovo Cimento. – 1942. – V. 20. – pp. 9–12.
- [24] Amaldi E. Ettore Majorana: Man and Scientist – In Zichichi A. (ed.) Strong and Weak Interactions. – New York: Academic Press Inc. – 1966. – pp. 9–77.
- [25] Gamov G. Biography of Physics – New York: Harper & Row. – 1961. – 348 p.
- [26] Эйлер Л. Введение в анализ бесконечных, Т.1, Гл. 16. – М.: Физматлит. – 1961. – 316 с.
- [27] Пайс А. Научная деятельность и жизнь Альберта Эйнштейна – М.: Наука, 1989. – 568 с.
- [28] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика, Часть 1. – М.: Наука. – 1976. – 584 с.
- [29] Бреннан Р. Словарь научной грамотности – М.: Мир. – 1977. – 368 с.
- [30] Холтон Дж. Что такое "антинаука"? // Вопросы философии. – 1992. – N 2. – С. 26–58.

- [31] Press Release: The 1997 Nobel Prize in Physics – <http://www.nobel.se/physics/laureates/1997/press.html>
- [32] Additional background material on the Nobel Prize in Physics 1997 – <http://www.nobel.se/physics/laureates/1997/back.html>
- [33] Развитие методов охлаждения и пленения атомов с помощью лазерного света // УФН. – 1999. – Т. 169, N 3. – С. 271–273.
- [34] Смирнова Ю., Милкус А., Чижиков М. Мы опять пролетели мимо Нобелевской премии! // Комсомольская правда. 16 октября 2001 г.
- [35] Garfield E. The Russians Are Coming! Part 1 // Current Contents. – 1990. – V. 13. – pp. 202–215. – <http://garfield.library.upenn.edu/essays/v13p202y1990.pdf>
- [36] Garfield E. The Russians Are Coming! Part 2 // Current Contents. – 1990. – V. 13. – pp. 215–226. – <http://garfield.library.upenn.edu/essays/v13p216y1990.pdf>
- [37] Летохов В.С. Сужение доплеровской линии в стоячей световой волне // Письма в ЖЭТФ. – 1968. – Т. 7, Вып. 9. – С. 348–351.
- [38] Летохов В.С., Миногин В.Г., Павлик Б.Д. Охлаждение и пленение атомов резонансным световым полем // ЖЭТФ. – 1977. – Т. 72, Вып. 4. – С. 1328–1341.
- [39] Letokhov V.S. and Minogin V.G. Laser Radiation Pressure on Free Atoms // Physics Reports. – 1981. – V. 73, N 1. – pp. 1–65.
- [40] Балыкин В.И., Летохов В.С., Миногин В.Г. Охлаждение атомов давлением лазерного излучения // УФН. – 1985. – Т. 147, Вып. 1. – С. 117–156.
- [41] Миногин В.Г., Летохов В.С. Давление лазерного излучения на атомы – М.: Наука. – 1986. – 223 с.
- [42] Чу С. Управление нейтральными частицами // УФН. – 1999. – Т. 169, N 3. – С. 274–291.
- [43] Коэн-Тануджи К.Н. Управление атомами с помощью фотонов // УФН. – 1999. – Т. 169, N 3. – С. 292–304.
- [44] Филипс У.Д. Лазерное охлаждение и пленение нейтральных атомов // УФН. – 1999. – Т. 169, N 3. – С. 305–322.
- [45] Кочина П.Я. Наука, люди, годы – М.: Наука. – 1988. – 624 с.
- [46] Голубев В.В. Талант без почвы – Ижевск: ИПРИМ. – 1999. – 120 с.
- [47] Гинзбург В.Л. О некоторых успехах физики и астрономии за последние три года // УФН. – 2002. – Т. 172, N 2. – С. 213–219.
- [48] Пирсон Х. Бернард Шоу – М.: Искусство. – 1972. – 480 с.
- [49] Лебедев П.Н. Опытное исследование силы светового давления – В кн. Лебедев П.Н. Собрание сочинений. – М.: Наука. – 1963. – С. 187–210.
- [50] Лебедев П.Н. Опытное исследование давления света на газы – В кн. Лебедев П.Н. Собрание сочинений. – М.: Наука. – 1963. – С. 290–321.
- [51] Капица П.Л. Все простое – правда... – М.: Изд. МФТИ. – 1994. – 152 с.
- [52] Пауль В. Электромагнитные ловушки для заряженных и нейтральных частиц // УФН. – 1990. – Т. 160, Вып. 12. – С. 109–127.
- [53] Демельт Х. Эксперименты с покоящейся изолированной субатомной частицей // УФН. – 1990. – Т. 160, Вып. 12. – С. 129–139.

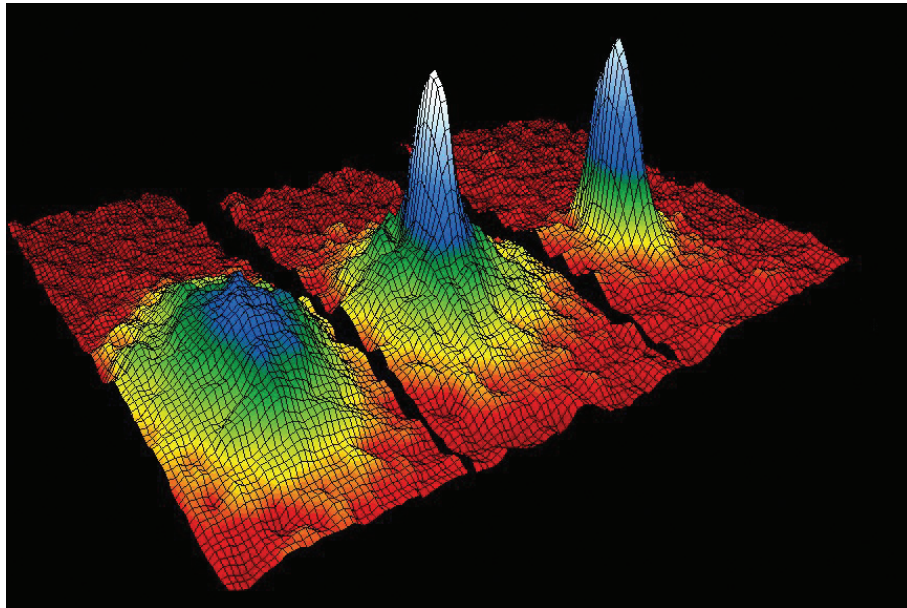


Рис. 1.

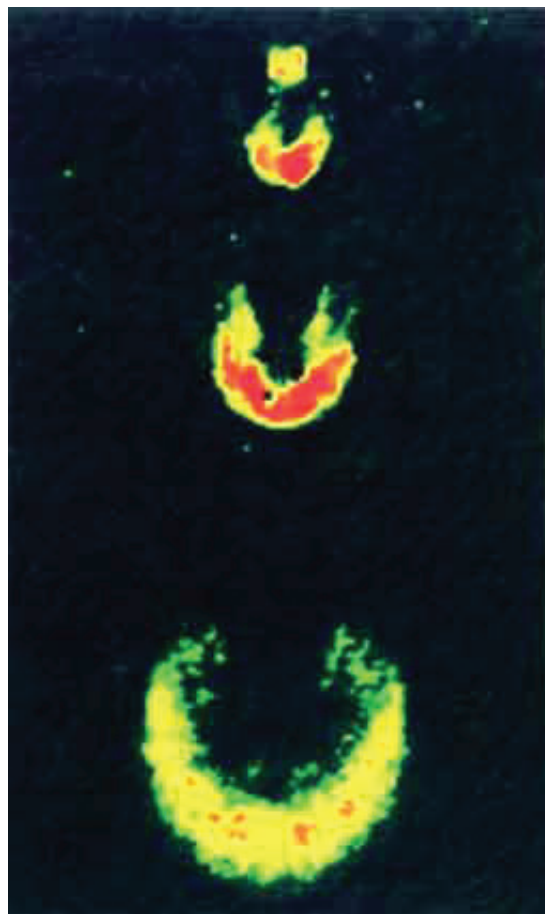


Рис. 3.